

# Elementi di fotometria astronomica

# Alcuni richiami storici

Lo splendore apparente dei corpi celesti può misurarsi con relativa semplicità anche a occhio nudo. Già Ipparco, e poi Tolomeo, avevano suddiviso le stelle visibili a occhio nudo in *sei classi di splendore decrescente (o più propriamente di **magnitudini**)*, indicate con lettere greche  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ ,  $\delta$ ,  $\epsilon$ ,  $\zeta$  seguite dal nome latino della costellazione in cui si situano, ad es.  $\alpha$  Cyg, or  $\beta$  Lyr. Il criterio ideale è che nel passare dall'una all'altra classe l'occhio avverte la stessa differenza di stimolo visivo. Tuttavia, l'occhio può stimare bene tali differenza solo su piccole scale angolari, e per oggetti di colore simile, cosicchè la classificazione non è coerente su tutta la sfera celeste. Ancor oggi, il problema non è di facile soluzione, e si deve esercitare grande cautela per trasferire una sequenza da un'area di cielo a un'altra distante da essa.

# I differenti corpi celesti

Nei paragrafi seguenti, esamineremo essenzialmente oggetti puntiformi e autoluminosi (stelle) con solo brevi considerazioni relative a oggetti estesi e autoluminosi (ammassi stellari, nebulose, galassie) oppure illuminati (ad es. i pianeti, gli asteroidi).

Inoltre, la trattazione sarà limitata alla banda visibile (essenzialmente tra 300 e 1000 nanometri, cioè una banda spettrale che potremo chiamare del ‘visibile esteso’), con qualche escursione nell’UV e vicino IR, con l’avvertenza che in altre bande spettrali l’oggetto può cambiare le proprie caratteristiche fotometriche. Ad esempio, Giove emette nell’IR più energia di quanta rifletta dal Sole.

Si noti anche che la designazione delle quantità fotometriche in astronomia non è sempre identica a quella usata dai fisici o dai radiometristi.

Infine, trascureremo un possibile mezzo rifrangente (ad es. l’aria), assumendo sempre indice di rifrazione = 1, per cui:

$$\lambda = \frac{c}{\nu} \quad , \quad d\lambda = -\frac{c}{\nu^2} d\nu = -\frac{\lambda^2}{c} d\nu$$

Come unità di lunghezza d’onda useremo di solito l’Angstrom ( $1 \text{ \AA} = 10^{-10} \text{ m} = 0.1 \text{ nm}$ ), mentre la frequenza sarà in Hertz (Hz).

# La legge di Planck

E' opportuno richiamare la legge di Planck sull'irraggiamento di corpo nero.

*Nessun corpo celeste si comporta davvero come un corpo nero*, tuttavia il confronto con questa espressione teorica è utilissimo.

La legge di Planck si può esprimere come:

$$F_{\lambda} = \pi B_{\lambda}(T) = \frac{2\pi h c^2}{\lambda^5} \frac{1}{e^{hc/k\lambda T} - 1}$$

$$F_{\nu} = \pi B_{\nu}(T) = \frac{2\pi h \nu^3}{c^2} \frac{1}{e^{h\nu/kT} - 1}$$

in  $\text{erg}\cdot\text{cm}^{-2}\cdot\text{s}^{-1}\cdot\text{cm}^{-1}$ , oppure in  $\text{erg}\cdot\text{cm}^{-2}\cdot\text{s}^{-1}\cdot\text{Hz}$ , dove  $h$  è la costante di Planck,  $h = 6.57 \times 10^{-27} \text{ erg}\cdot\text{s}$ , e  $k$  è la costante di Boltzmann,  $k = 1.38 \times 10^{-16} \text{ erg}\cdot\text{s}$ .

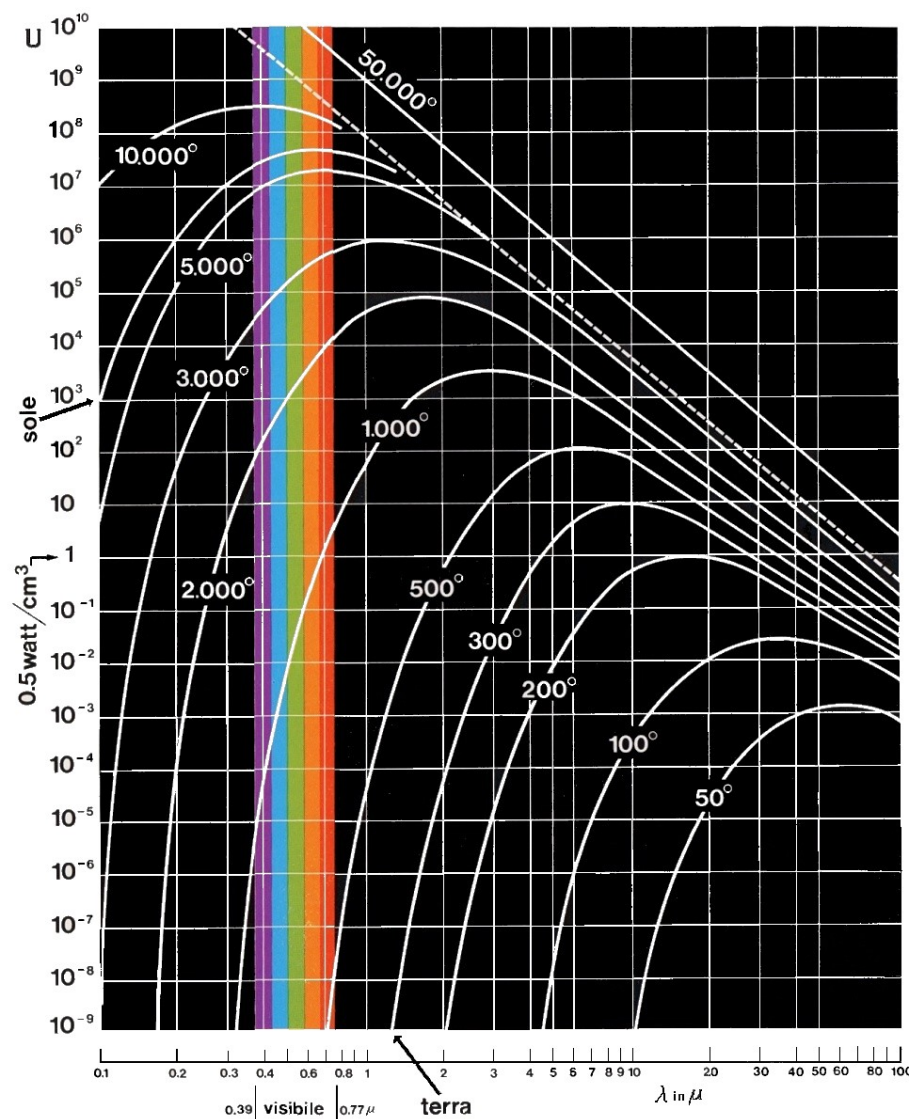
Con  $\lambda$  in cm:  $2\pi h c^2 = c_1 = 3.742 \times 10^{-2} \text{ erg}\cdot\text{cm}^2\cdot\text{s}^{-1}$ ,

$$hc/k = c_2 = 1.439 \text{ cm}\cdot\text{K}.$$

La funzione  $B_{\lambda}$  (o  $B_{\nu}$ ) esprime allora l'irraggiamento per unità di superficie per unità di tempo per unità di banda nell'unità di angolo solido (cioè per steradiante).

Si noti che si deve moltiplicare per  $\pi$ , non per  $2\pi$ , per avere l'irraggiamento in tutto il semispazio, in virtù del fattore di proiezione della superficie!

# La legge di Planck in scala logaritmica



Dettaglio dell'andamento della funzione di Planck in scala bilogaritmica.

La fascia colorata è quella di sensibilità dell'occhio umano.

Si notino le curve relative alla Terra e al Sole.

# La legge di Planck come emissività in fotoni

$$\pi N_{\lambda}(T) = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^4} \frac{1}{e^{hc/k\lambda T} - 1} \quad \text{fotoni} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{cm}^{-2} \cdot \text{cm}^{-1}$$

$$\pi N_{\nu}(T) = \frac{2\pi \nu^2}{c^2} \frac{1}{e^{h\nu/kT} - 1} \quad \text{fotoni} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{cm}^{-2} \cdot \text{Hz}$$

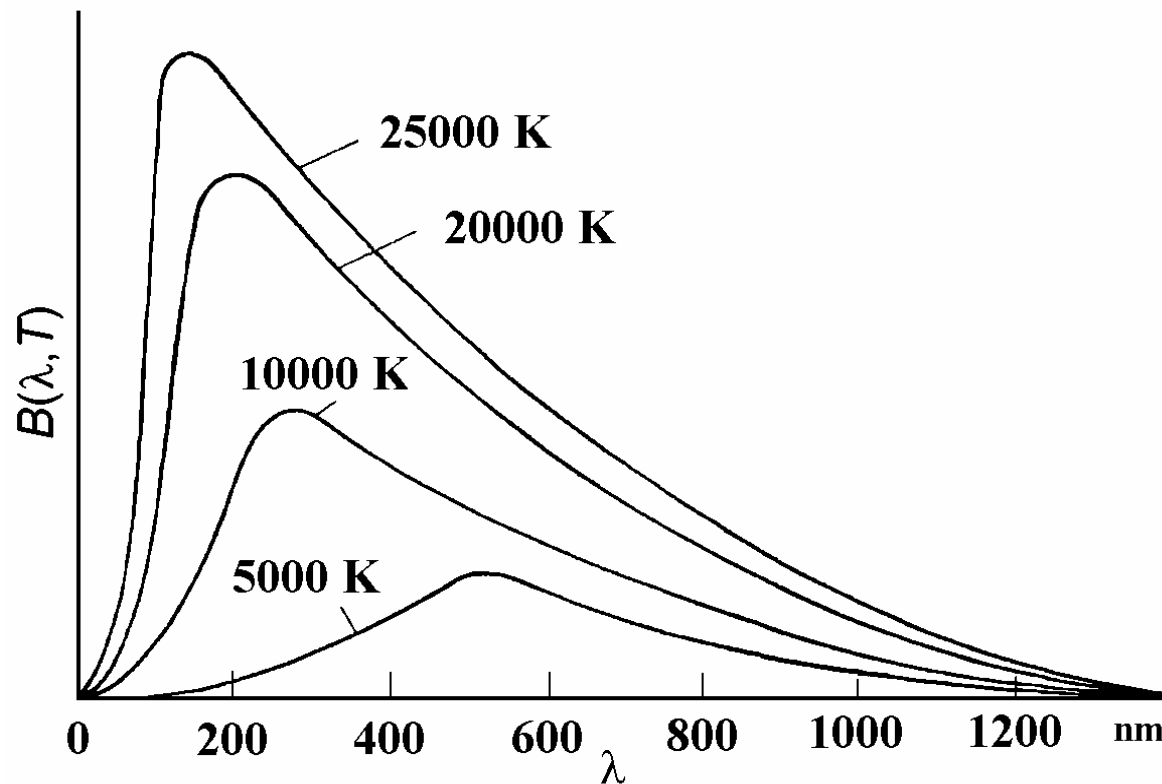
Si faccia attenzione agli esponenti di  $\lambda$  e di  $\nu$ , dato che ogni fotone ha energia  $E = h\nu$ .

Per quanto riguarda la lunghezza d'onda del massimo di emissività in fotoni:

$$\lambda_m T = 0.25506 c_2 = 0.36698 \text{ cm} \cdot \text{K}$$

$$N(\lambda_m) = 2.1008 \times 10^{11} T^4 \text{ fotoni} \cdot \text{cm}^{-1} \cdot \text{cm}^{-2} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{K}^{-4}$$

# La legge di Planck per varie temperature e la legge di Wien



In un scala lineare si vede bene la legge dello **spostamento (o di Wien)**

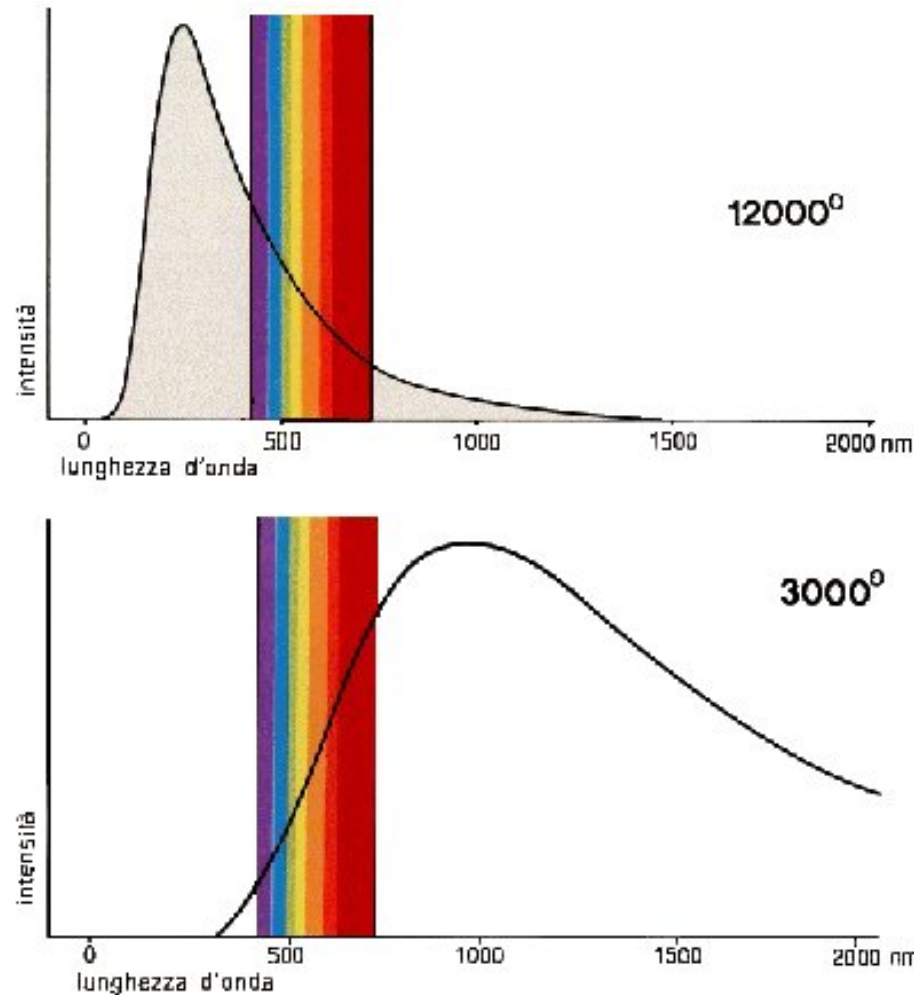
$$\lambda_{\max} \cdot T = \text{const}$$

Se  $T = 10^4$  K:

$$\lambda_{\max} = 2900 \text{ \AA}$$

(nel violetto, non visibile da terra causa il taglio atmosferico)

# La legge di Planck per 2 temperature



Per entrambe le temperature, il massimo di emissività cade al di fuori dell'intervallo visibile, e in effetti per i corpi a  $T \geq 10.000 \text{ K}$  nell'UV inosservabile da terra.



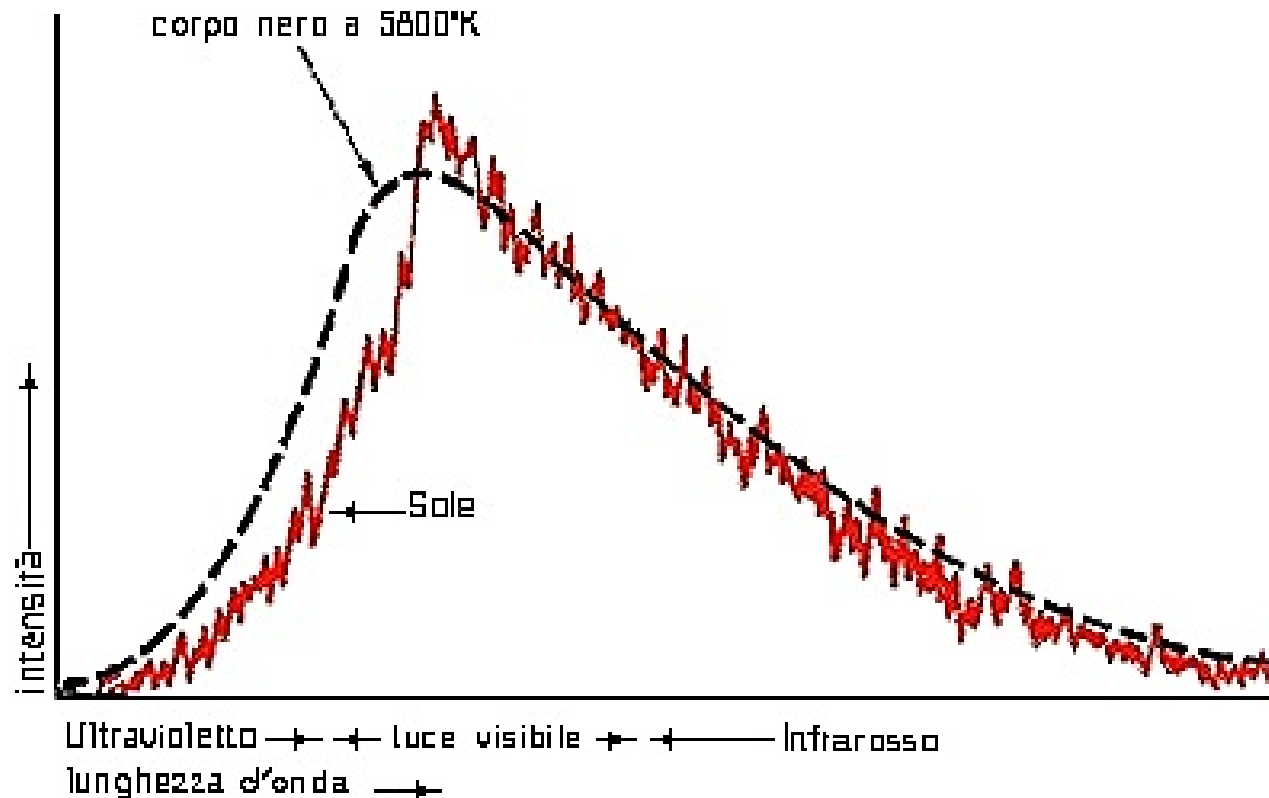
# Le stelle *non* sono corpi neri

Le stelle non irradiano come corpi neri ideali.

Tuttavia, *come prima approssimazione per la forma del loro continuo*, la funzione di Planck  $\pi B(\lambda)$  è un utilissimo punto di partenza. Si veda il continuo solare.

In generale, indicheremo con  $F(\lambda)$  l'irraggiamento nel continuo stellare a ogni  $\lambda$ .

# Il Sole come corpo nero



Su uno spettro solare a bassa risoluzione le righe praticamente non si vedono, e il continuo è abbastanza ben rappresentato da un corpo nero a 5800 K. Vi sono differenze significative, soprattutto nell'UV, che però qui trascuriamo.

# La legge di Stefan Boltzmann

Integrando la  $B_\lambda$  su tutte le lunghezze d'onda si ottiene *l'irraggiamento bolometrico*, che viene espresso dalla legge di Stefan Boltzmann:

$$\pi \int_0^\infty B_\lambda(T) d\lambda = \sigma T^4$$

dove  $\sigma = 2\pi^5 \cdot k^4 / 15 \cdot h^3 \cdot c^2 = 5.6696 \times 10^{-5} \text{ erg} \cdot \text{cm}^{-2} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{K}^{-4}$

Se la stella ha raggio  $R$  e irraggia come un corpo nero, la sua luminosità bolometrica è dunque:

$$L(R, T) = 4\pi R^2 \sigma T^4 \quad \text{erg} \cdot \text{s}^{-1}, \text{ oppure Watt}$$

# La prima definizione di magnitudine astronomica

Per millenni, e fino a neppure 200 anni fa, l'occhio, dapprima nudo e poi aiutato dopo Galileo nel 1609 dai cannocchiali e telescopi, fu il solo ricettore di radiazione. Se  $S_1$  e  $S_2$  sono i flussi luminosi prodotti da due stelle, l'occhio produce una *differenza di stimoli*  $V_1 - V_2$ , che sono (quasi) una funzione logaritmica del rapporto tra i flussi:

$$V_1 - V_2 = k \log \frac{S_1}{S_2}$$

Questa legge *fisiologica* fu trovata da Fechner and Weber nel XIX secolo. Il comportamento vero dell'occhio non è descritto così semplicemente da una funzione logaritmica, ma l'equazione è stata *assunta* corretta in tutte le applicazioni astronomiche. In particolare, l'astronomo inglese N. Pogson trovò nel 1856 che la legge riproduceva abbastanza bene il sistema fotometrico degli antichi purchè si ponesse la costante  $k$  uguale a  $-2.5$ , e i logaritmi fossero in base decimale.

# La magnitudine astronomica - 1

Date allora due stelle i cui flussi luminosi osservati a una generica lunghezza d'onda  $\lambda$  siano rispettivamente  $S_1(\lambda)$  e  $S_2(\lambda)$ , si definisce  *differenza di magnitudine*  a quella  $\lambda$  la quantità:

$$\Delta m(\lambda) = m_1(\lambda) - m_2(\lambda) = -2.5 \log_{10} \frac{S_1(\lambda)}{S_2(\lambda)}$$

che va quindi sotto il nome di  *legge di Pogson* .

Si notino il segno - (la stella più debole ha magnitudine maggiore), e la base 10 del log.

O anche:

$$\frac{S_1}{S_2} = 10^{-0.4(m_1 - m_2)}$$

$\Delta m$	$S_1/S_2$
1	2.512...
2.5	10
5	100

e così via.

# La magnitudine astronomica - 2

Con riferimento a una data stella assunta come standard (ad es. la Polare, o Vega), potremo allora porre:

$$m(\lambda) = m_0(\lambda) - 2.5 \log_{10} S(\lambda)$$

con  $m_0$  opportuna costante che dipende da  $\lambda$ .

Nel visibile, la Polare ha mag circa 2.1, le stelle più brillanti sono Sirio, Canopo, Vega, la cui mag è tra -1.5 e 0; le stelle più deboli visibili a occhio nudo sono intorno alla sesta.

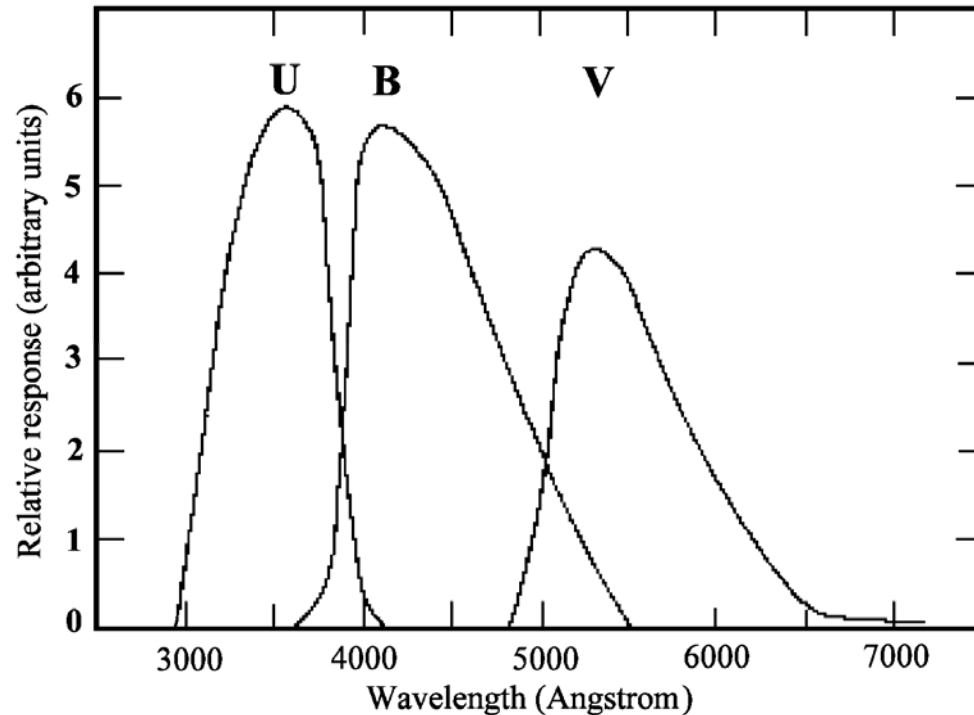
Venere può raggiungere -4.5. Il Sole ha  $m = -26.8$ , la Luna piena ha  $m = -12.5$ . Tuttavia, il Sole, la Luna, Venere sono *corpi estesi*, non puntiformi. Potremmo allora definire una mag per unità di area (ad es. mag per secondi d'arco al quadrato, o per steradiani), dividendo il flusso per l'area sottesa dall'astro.

# Il sistema fotometrico UBV - 1

Sono stati sviluppati vari sistemi fotometrici, adatti per osservazioni visuali, o per rivelatori fotografici o per rivelatori a stato solido (tipo il CCD), e con opportuni filtri per limitare la banda passante. Tra i più usati è quello detto UBV di Johnson:

Banda	$\Delta\lambda$	FWHM	$\lambda_{\text{max}}$	$\langle\lambda\rangle$	$\lambda_{\text{eff}}$
U	3100-4000	600	3670	3680	3550 at $T = 2.5 \times 10^4$ K 3650 at $T = 1.0 \times 10^4$ K 3800 at $T = 4.0 \times 10^3$ K
B	3750-5350	1000	4295	4450	4330 at $T = 2.5 \times 10^4$ K 4400 at $T = 1.0 \times 10^4$ K 4500 at $T = 4.0 \times 10^3$ K
V	4950-6350	850	5450	5460	5470 at $T = 2.5 \times 10^4$ K 5480 at $T = 1.0 \times 10^4$ K 5510 at $T = 4.0 \times 10^3$ K

# Il sistema fotometrico UBV - 2



Le tre bande  
passanti UBV, qui  
indicate  
schematicamente.

Delle 3 lunghezze d'onda indicative nella precedente tabella,  $\lambda_{\text{eff}}$  è quella che meglio rappresenta le osservazioni, perché dipende sia dal sistema fotometrico che dalla distribuzione spettrale della luce dell'astro, cioè dalla sua temperatura (ultima colonna in tabella).



# L'estensione al vicino IR

Il sistema di Johnson è stato esteso nel vicino Rosso e Infrarosso con le bande RIJKLMNQ:

<b>Banda</b>	$\lambda_c$	$\Delta\lambda$	<b>Banda</b>	$\lambda_c$	$\Delta\lambda$
<b>R</b>	7000 Å	2200 Å	<b>L</b>	3.4 $\mu\text{m}$	0.70 $\mu\text{m}$
<b>I</b>	9000 Å	2400 Å	<b>M</b>	5.0 $\mu\text{m}$	1.20 $\mu\text{m}$
<b>J</b>	1.25 $\mu\text{m}$	0.38 $\mu\text{m}$	<b>N</b>	10.2 $\mu\text{m}$	5.70 $\mu\text{m}$
<b>K</b>	2.2 $\mu\text{m}$	0.48 $\mu\text{m}$	<b>Q</b>	20.1 $\mu\text{m}$	7.80 $\mu\text{m}$

# La calibrazione in unità energetiche del sistema UBV - 1

U = 0 corrisponde a  $S(3700 \text{ \AA}) = 4.4 \times 10^{-9} \text{ erg} \cdot \text{cm}^{-2} \cdot \text{s}^{-1} \text{ \AA}^{-1}$

B = 0 corrisponde a  $S(4450 \text{ \AA}) = 7.2 \times 10^{-9} \text{ erg} \cdot \text{cm}^{-2} \cdot \text{s}^{-1} \text{ \AA}^{-1}$

V = 0 corrisponde a  $S(5556 \text{ \AA}) = 3.44 \times 10^{-9} \text{ erg} \cdot \text{cm}^{-2} \cdot \text{s}^{-1} \text{ \AA}^{-1}$

(si ricordi che  $10^{-9} \text{ erg} \cdot \text{cm}^{-2} \cdot \text{s}^{-1} \text{ \AA}^{-1} = 10^{-8} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \mu^{-1}$ )

# La calibrazione in unità energetiche del sistema UBV - 2

Per una stella generica di magnitudine U, B, V il flusso è dato da:

$$\begin{aligned}S(\lambda_U) &= 10^{-0.4(U+20.90)}, \\S(\lambda_B) &= 10^{-0.4(B+20.36)}, \\S(\lambda_V) &= 10^{-0.4(V+21.08)}\end{aligned}$$

In fotoni, ricordando che l'energia di un fotone è:

$E = 1.89610 \times 10^{-8} / \lambda(\text{\AA})$  erg, avremo:

$$\begin{aligned}\pi N_{\text{ph}}(U) &= 810 \times 10^{-0.4U} && (\text{fotoni} \cdot \text{cm}^{-2} \cdot \text{s}^{-1} \text{\AA}^{-1}) \\ \pi N_{\text{ph}}(B) &= 1600 \times 10^{-0.4B}, \\ \pi N_{\text{ph}}(V) &= 1080 \times 10^{-0.4V}\end{aligned}$$

# Gli indici di colore

Consideriamo una data stella che osserviamo a due lunghezze d'onda diverse  $\lambda_1, \lambda_2$ , con  $\lambda_1 < \lambda_2$ . Definiamo allora indice di colore per quella data stella la quantità:

$$c_{\lambda_1\lambda_2} = m_{\lambda_1} - m_{\lambda_2} = c_{0\lambda_1\lambda_2} - 2.5 \log_{10} \frac{S(\lambda_1)}{S(\lambda_2)} \quad \begin{array}{l} \text{(con } c_0 \text{ opportuna} \\ \text{costante che dipende} \\ \text{dalle due lunghezze} \\ \text{d'onda).} \end{array}$$

che è indipendente dal raggio della stella.

Se poi *lo spazio è trasparente*, l'indice di colore è *indipendente anche dalla distanza dell'astro*.

Se infine l'astro irraggiasse come un corpo nero, avremmo anche:

$$c_{\lambda_1\lambda_2} = m_{\lambda_1} - m_{\lambda_2} = c_{0\lambda_1\lambda_2} - 2.5 \log_{10} \frac{B(\lambda_1)}{B(\lambda_2)}$$

# Il punto zero degli indici di colore

Per convenzione internazionale, le costanti arbitrarie  $c_{0\lambda_1\lambda_2}$  sono state scelte in modo che gli indici di colore siano  $= 0$ , qualunque sia la coppia di lunghezze d'onda  $\lambda_1, \lambda_2$ , per un insieme di stelle dalle caratteristiche spettrofotometriche simili a quelle di Vega. Tali stelle si indicano anche con il tipo spettrale A0-V (A zero quinto), come vedremo più avanti. Per esse si ha dunque:

$$U - B = B - V = V - R = R - I = \dots = 0$$

Evidentemente, indice di colore  $= 0$  ***non*** significa ugual flusso nelle due bande.

# Gli indici di colore del Sole

<b>Indice di Colore</b>	<b>magnitudine</b>	<b>Indice di Colore</b>	<b>magnitudine</b>
<b>U-B</b>	+0.195	<b>V-I</b>	+0.88
<b>B-V</b>	+0.650	<b>J-H</b>	+0.310
<b>V-R</b>	+0.540	<b>H-K</b>	+0.060
<b>R-I</b>	+0.340	<b>K-L</b>	+0.034
<b>V-K</b>	+1.486	<b>L-M</b>	-0.053

# Gli indici di colore (U-B,B-V) del corpo nero

$T$	U-B	B-V	$T$	U-B	B-V
<b>4000</b>	+0.37	+1.13	<b>20000</b>	-1.01	-0.16
<b>6000</b>	-0.25	+0.62	<b>25000</b>	-1.06	-0.15
<b>10000</b>	-0.69	+0.14	<b>40000</b>	-1.14	-0.29
<b>15000</b>	-0.91	-0.07	$\infty$	-1.28	-0.44

Si noti *la saturazione degli indici con l'aumento di  $T$* , che discutiamo meglio nella prossima diapositiva

# Saturazione degli indici di colore a $T \gg$

Se la stella irraggiasse come un corpo nero e avesse temperatura di almeno 4000 K, allora potremmo approssimare la legge di Planck con quella di Wien, trovando facilmente la relazione (detta di Russell):

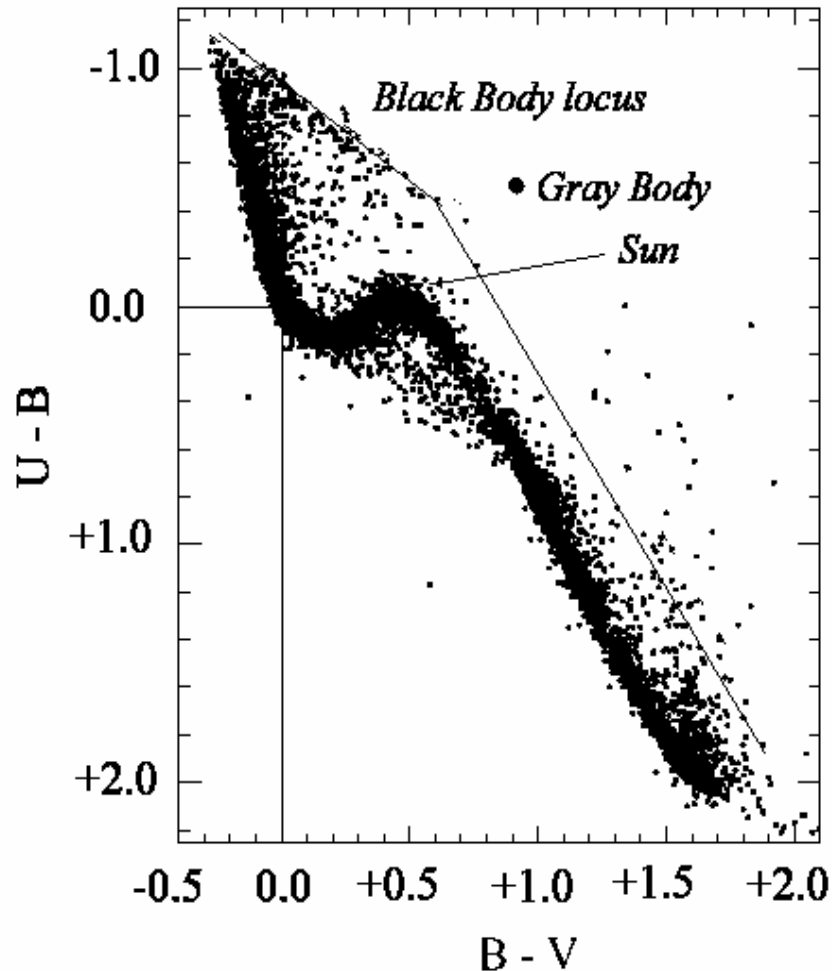
$$c_{12} = m(\lambda_1) - m(\lambda_2) \approx A_{12} + \frac{B_{12}}{T}$$

All'aumentare di  $T$ , l'indice di colore tende a diventare *costante*. Ad es. U-B tende verso -1.28, e B-V tende verso -0.45, come si vede nella precedente figura.

I dettagli dell'andamento dipendono ovviamente da quali tre bande si scelgono, ma il diagramma bilogaritmico della funzione di Planck mostra chiaramente che all'aumentare di  $T$  le varie curve tendono a divenire parallele una all'altra, e quindi i colori tendono a un dato valore.



# Il diagramma a due indici di colore (U-B,B-V) delle stelle più brillanti della 7-ma



Le stelle occupano una ben definita fascia che *si discosta dal luogo del corpo nero* soprattutto nella zona delle stelle come Vega.

Nella parte superiore del diagramma, tra la fascia principale e la zona del corpo nero troviamo sia stelle Nane Bianche come Sirio B che stelle affette da *assorbimento interstellare*.

Sotto alla fascia principale, tra Vega e il Sole, troviamo stelle giganti e supergiganti, i cui indici di colore sono lievemente diversi da quelli delle stelle nane.

Il *corpo grigio* è un corpo ideale che emette la stessa energia nelle 3 bande UBV.

# La magnitudine assoluta - 1

Definiamo magnitudine assoluta  $M$  la mag apparente  $m$  che l'astro avrebbe se fosse posto a 10 pc di distanza da noi.

Nell'ipotesi di spazio perfettamente trasparente, il *flusso luminoso osservato  $S$  scala con l'inverso del quadrato della distanza dalla sorgente*, per cui, se  $R$  è il raggio dell'astro e  $d$  la sua distanza:

$$S(\lambda) = 4\pi R^2 F(\lambda) / 4\pi d^2$$

in cui la quantità  $4\pi R^2 F(\lambda)$  è la luminosità dell'astro  $L(\lambda)$  a quella lunghezza d'onda.

Lo stesso risultato vale evidentemente per flussi integrati su tutte le lunghezze d'onda, cioè per quantità bolometriche.

# La magnitudine assoluta - 2

Tenendo conto della legge di Pogson e esprimendo  $d$  in parsec:

$$M = m - 2.5 \log_{10} \left( \frac{d}{10} \right)^2 = m + 5 - 5 \log_{10} d$$

La conoscenza di  $M$  implica quella di  $d$ , sia direttamente con le parallassi trigonometriche (ad es. satellite Hipparcos) che mediante opportuni indicatori di distanza.

# Il modulo di distanza

La quantità

$$y_{\lambda} = m_{\lambda} - M_{\lambda} = 2.5 \log_{10} \left( \frac{d}{10} \right)^2 = 5 \log_{10} d - 5$$

si chiama *modulo di distanza* di quell'astro.

Si è tenuta esplicitamente la dipendenza da  $\lambda$  (che a prima vista non dovrebbe esserci) per avvertire che *se lo spazio non è trasparente* la magnitudine osservata dipende da  $\lambda$ , e così farà anche il modulo di distanza.

Per cui i moduli di distanza ricavati con diversi sistemi fotometrici possono differire tra loro, causa l'imperfetta conoscenza dell'assorbimento interstellare.

# Magnitudini assolute tipiche

Il Sole dista  $1/206265$  pc, per cui la sua magnitudine assoluta nel visuale  $M_V$  vale circa  $+4.8$ ; Vega dista circa  $10$  pc, per cui la sua  $M_V$  è circa uguale a quella apparente  $m_V$ , cioè circa  $0$ .

Le stelle intrinsecamente più luminose hanno  $M$  circa  $-6$ , quelle intrinsecamente più deboli hanno  $M$  circa  $+20$ .

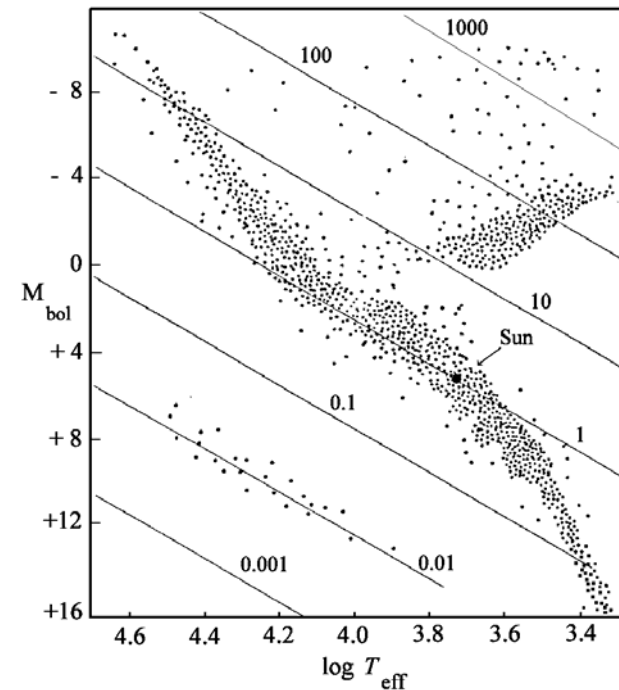
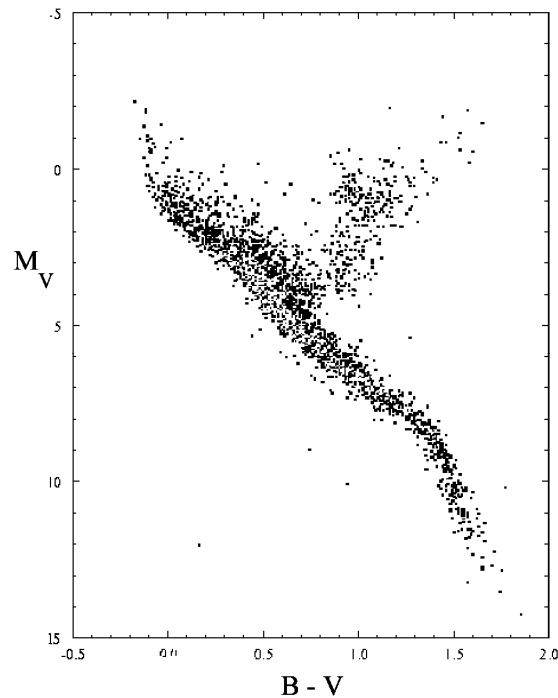
La differenza di magnitudine assoluta bolometrica tra la generica stella e il Sole sarà:

$$M - M_{\odot} = -2.5 \log_{10} \frac{L}{L_{\odot}} = -2.5 \log_{10} \frac{R^2 T^4}{R_{\odot}^2 T_{\odot}^4}$$

che mette bene in evidenza la dipendenza sia dal raggio che dalla temperatura.

# Il diagramma H-R

Oltre al diagramma a due indici di colore, un secondo diagramma fondamentale è quello che va sotto al nome di Hertzsprung e Russell, o diagramma HR:



A sinistra, il diagramma HR delle stelle di Hipparcos nel piano osservato ( $B-V$ ,  $M_V$ ); a destra il diagramma teorico, calibrato in  $T$  e  $M_{\text{bol}}$ . Le rette diagonali sono i *luoghi di ugual raggio* in unità solari.

# Gli effetti dell'atmosfera terrestre sulla fotometria astronomica

# Estinzione e emissione spontanea dall'atmosfera

In aggiunta agli effetti di rifrazione e degradamento della qualità dell'immagine, l'atmosfera **assorbe** una frazione della luce incidente, sia nel continuo che all'interno di righe atomiche e bande molecolari di assorbimento.

Inoltre, l'atmosfera spontaneamente **emette** in particolari righe e bande atomiche e molecolari, oltre a **diffondere** le luci artificiali.

L'ossigeno molecolare **O<sub>2</sub>** in particolare è così efficace nel bloccare la radiazione a 6800Å e 7600Å che già Fraunhofer poté vedere a occhio due forti bande di assorbimento nello spettro solare, che chiamò rispettivamente B e A (si noti che egli esaminava lo spettro dal rosso verso il blu, oggi in astronomia di solito si segue la convenzione inversa) .



# Estinzione

Si consideri l'assorbimento dovuto a uno strato sottile di atmosfera situato a una quota tra  $h$  e  $h+dh$ , *nell'usuale modello semplice di atmosfera stratificata su piani paralleli*.

Il fascio di luce dalla stella formi un angolo  $z$  con lo Zenith, cosicchè lo spessore attraversato è  $dh/\cos z = \sec z \cdot dh$ .

Se  $I_\lambda(h)$  è l'intensità alla sommità dello strato, all'uscita l'intensità sarà ridotta dell'ammontare :

$$dI_\lambda = -I_\lambda(h)k_\lambda(h)\sec z dh$$

In totale, se  $I_\lambda(\infty)$  è l'intensità fuori atmosfera, alla quota  $h_0$  dell'Osservatorio l'intensità sarà ridotta a:

$$I_\lambda(h_0) = I_\lambda(\infty)e^{-\sec z \int_{h_0}^{\infty} k_\lambda(h) \cdot dh} = I_\lambda(\infty)e^{-\tau_\lambda(\infty) \cdot \sec z}$$

# Profondità Ottica

Nel precedente integrale abbiamo introdotto la quantità adimensionale  $\tau_\lambda$  chiamata *profondità ottica*:

$$d\tau_\lambda = k_\lambda(h) \cdot dh \quad , \quad \tau_\lambda = \int_{h_0}^{\infty} k_\lambda(h) \cdot dh$$

La variabile  $k_\lambda$  (dimensionalmente,  $\text{cm}^{-1}$ ) rappresenta l'assorbimento dell'atmosfera per unità di lunghezza, a quella lunghezza d'onda.

Richiamando la definizione astronomica di magnitudine  $m = m_0 - 2.5 \log I$ , avremo:

$$m_{\text{suolo}} = m_{\text{fuori atmosfera}} - 2.5 D_\lambda(\infty) \cdot \sec z$$

$D_\lambda$  si chiama densità ottica dell'atmosfera, mentre la variabile  $X(z) = \sec z$  è detta *massa d'aria*. Il valore minimo della massa d'aria è 1 allo Zenith, e 2 a  $z = 60^\circ$  (il limite di validità della presente discussione approssimata).

# La retta di Bouguer

Si supponga di iniziare l'osservazione della stella al suo transito superiore, e di continuare le osservazioni all'aumentare dell'angolo orario  $HA$ , e dunque anche della distanza zenitale  $z$  : si noterà una crescita lineare della sua magnitudine in accordo con la precedente equazione, cioè una linea retta di pendenza  $2.5D_\lambda$  in un grafico ( $m$ , sec  $z$ ).

E' pratica comune fare un grafico con l'asse  $m$  verso il basso. Questa linea retta è nota come retta di *Bouguer*, dal nome dell'astronomo francese del XVIII secolo che la introdusse.

L'estrapolazione della retta a  $X = 0$  (una assurdità matematica) ci dà la cosiddetta *perdita di magnitudine allo Zenith*, o anche la magnitudine che osserveremmo fuori atmosfera .

Ricodando le formule per la trasformazione di coordinate, avremo:

$$\sec z = \frac{1}{\sin \varphi \sin \delta + \cos \varphi \cos \delta \cos HA} = X(z)$$

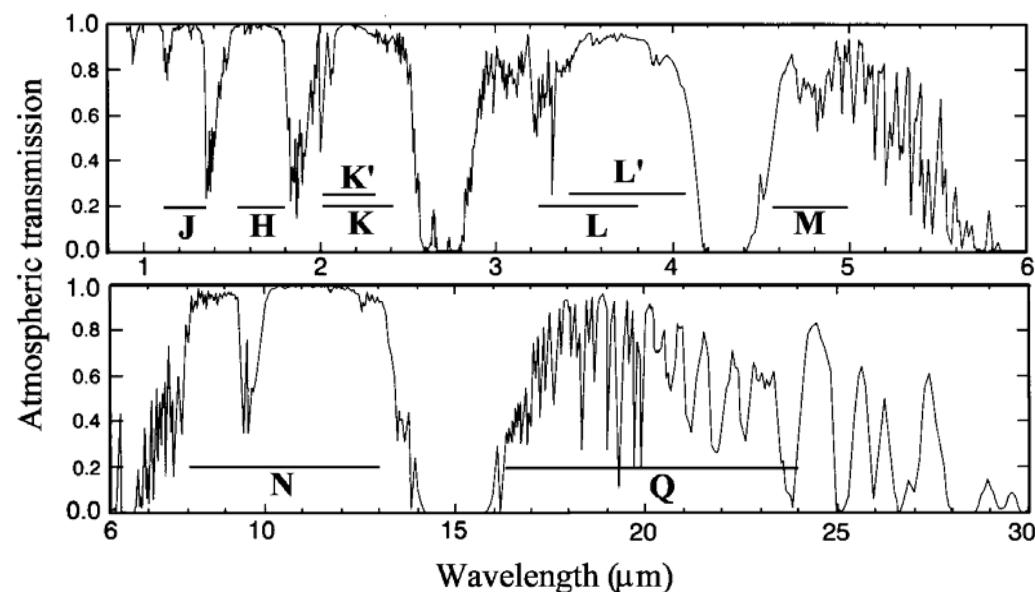
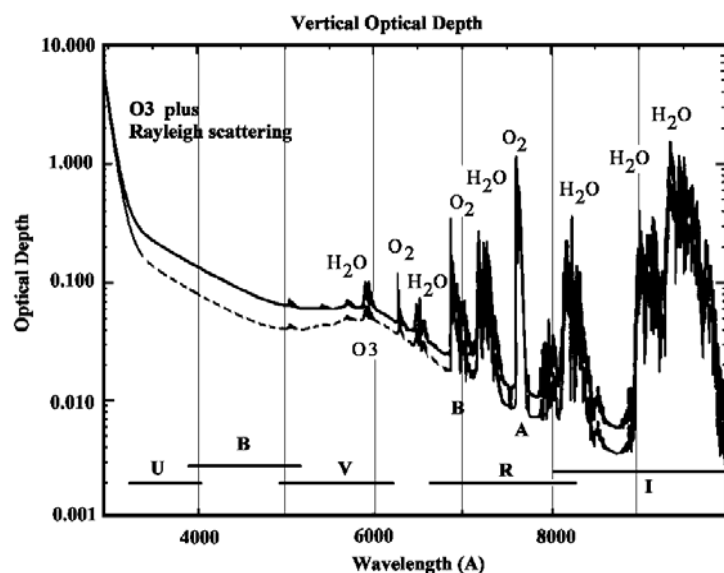
dove  $\varphi$  è la latitudine del sito,  $\delta$  e  $HA$  le coordinate orarie della stella.

# Estinzione continua a Mauna Kea

La Tabella mostra l'estinzione continua a Mauna Kea, la cui quota di 4300 m sul livello del mare è maggiore di quella della gran parte degli Osservatori astronomici. La trasparenza è dunque una tra le migliori possibili.

<b>Wavelength (nm)</b>	<b>Extinction (mag / air mass)</b>	<b>Wavelength (nm)</b>	<b>Extinction (mag / air mass)</b>
310	1.37	500	0.13
320	0.82	550	0.12
340	0.51	600	0.11
360	0.37	650	0.11
380	0.30	700	0.10
400	0.25	800	0.07
450	0.17	900	0.05

# Estinzione dal visibile al vicino IR



La figura di sinistra dà la *profondità ottica*, quella a destra la *trasmissione* (una essendo l'inversa dell'altra). Nella regione violetta, la trasparenza va subito a zero, essenzialmente a causa degli assorbimenti molecolari dell'ozono  $\text{O}_3$ ; all'altro estremo dello spettro la trasparenza è ragionevolmente buona fino a circa 2.4 micrometri, poi le molecole  $\text{H}_2\text{O}$  e  $\text{CO}_2$  assorbono pesantemente la luce. La figura mostra anche le bande fotometriche (U,B,V, R, I, J, H, ...).

# Emissioni spontanee e artificiali

Per completare queste considerazioni sull'influenza dell'atmosfera sulla fotometria (e anche sulla spettroscopia) dei corpi celesti, dobbiamo aggiungere che l'atmosfera contribuisce radiazione, sia per emissione spontanea che per diffusione di luci naturali e artificiali, in misura che dipende da dove l'Osservatorio è situato.

In prossimità di aree urbane, si notano brillanti righe di emissione **di mercurio e Sodio dalle lampade stradali**:

Hg a  $\lambda\lambda$  4046.6, 4358.3, 5461.0, 5769.5, 5790.7;

Na a 5890/96 (il doppietto D giallo), 6154.6; Ne at 6506, e così via.

**Righe naturali** provengono da Ossigeno in transizioni proibite (indicate con [OI]) a  $\lambda\lambda$  5577.4, 6300 e 6367), e specialmente dal radicale molecolare **OH**, che genera una gran quantità di righe e bande che riempiono il vicino IR sopra a 6800Å. **L'OH proviene dalla dissociazione della molecola di vapor acqueo (o anche di ghiaccio di acqua nelle nubi) sotto l'azione dell'UV solare.**

Come valore indicativo, possiamo assumere una brillantezza superficiale nel visuale equivalente a una stella di  $V = 20$  per secondo d'arco quadrato, allo Zenith.

# Lo spettro VIS-NIR del cielo notturno

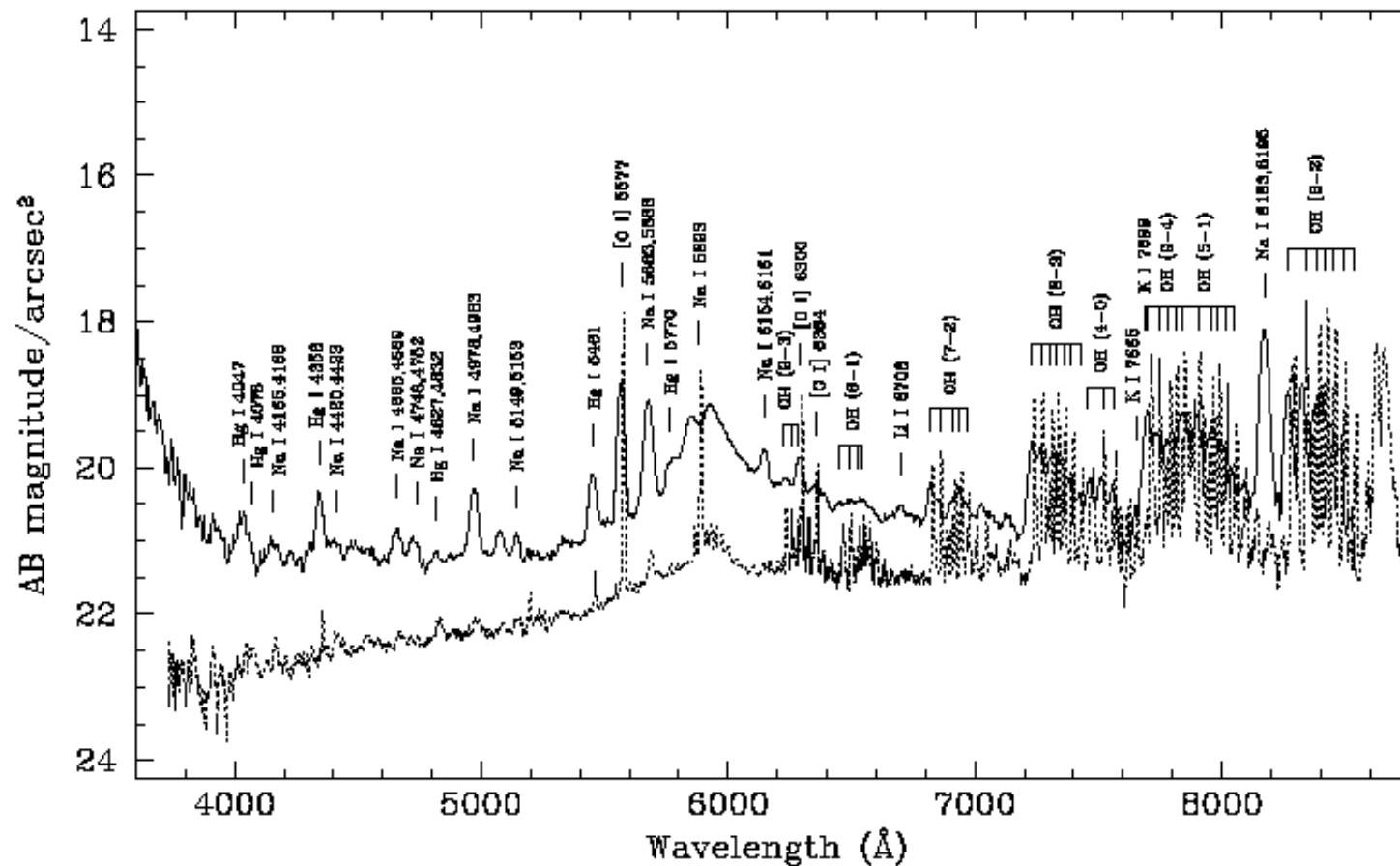
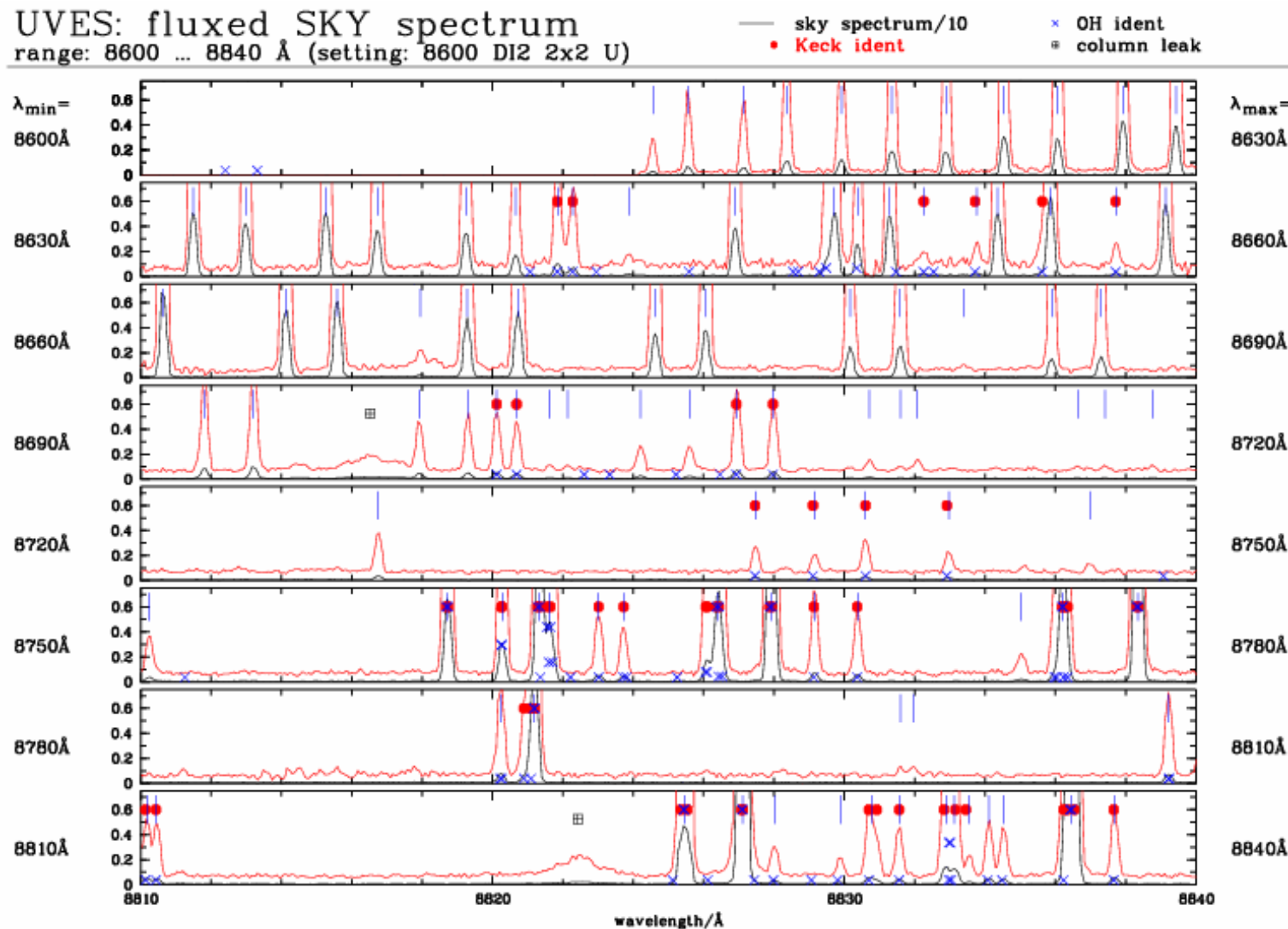


Fig. 3.— Night sky spectrum over Mount Bohyun (*solid line*) compared with Kitt Peak (*broken line*) of Massey and Foltz (2000).

La luce del cielo notturno osservato a Mt. Boyun (Corea). calibrata (vedi l'ordinata) in brillantezza superficiale, cioè  $\text{mag}/(\text{arcsec})^2$ .

# Spettro del cielo nel vicino-IR a ESO



a ESO  
(Paranal) con  
lo  
spettrografo  
UVES.

[http://www.eso.org/observing/dfo/quality/UVES/uvessky/sky\\_8600U\\_1.html](http://www.eso.org/observing/dfo/quality/UVES/uvessky/sky_8600U_1.html)

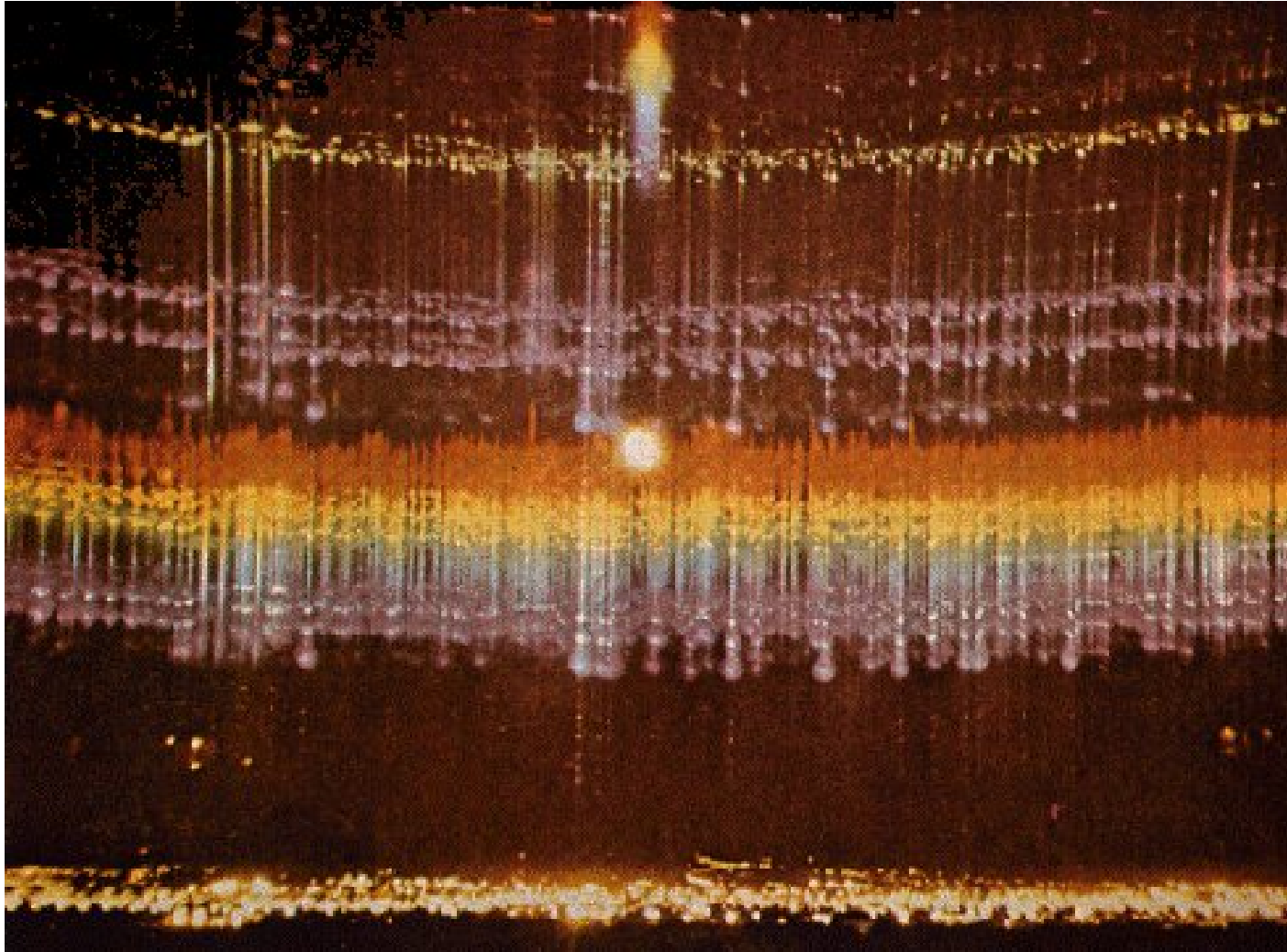
10/03/2008

C. Barbieri Astronomia AA 2007/08

40

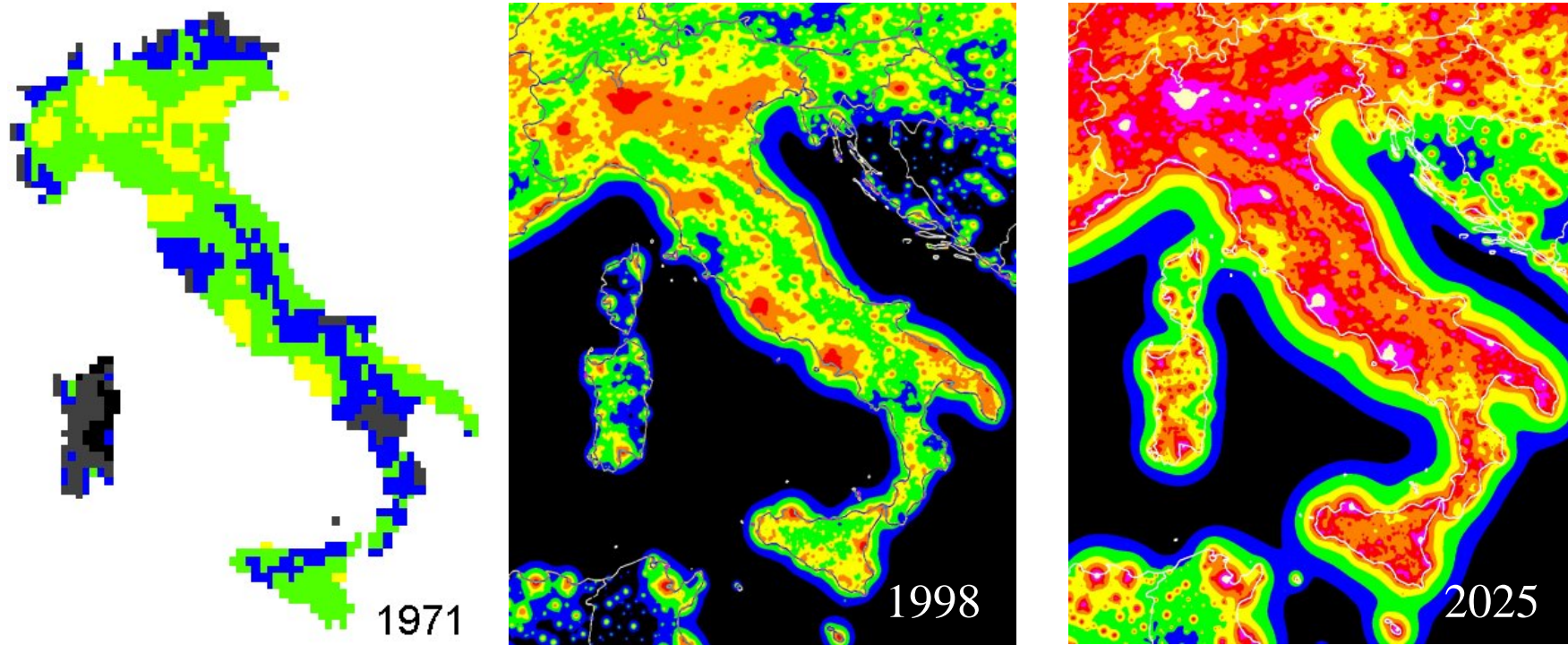


# Luci artificiali



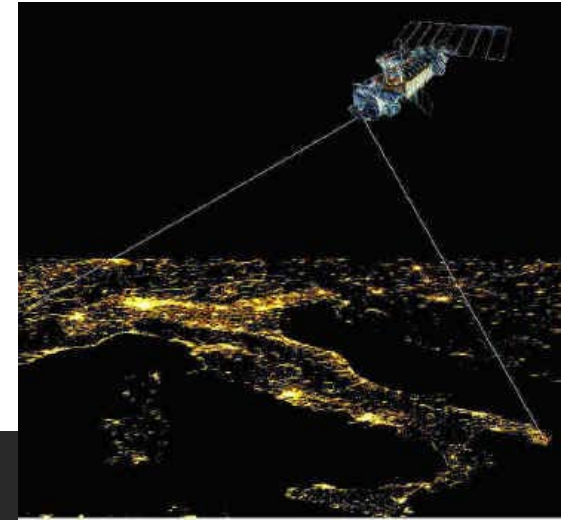
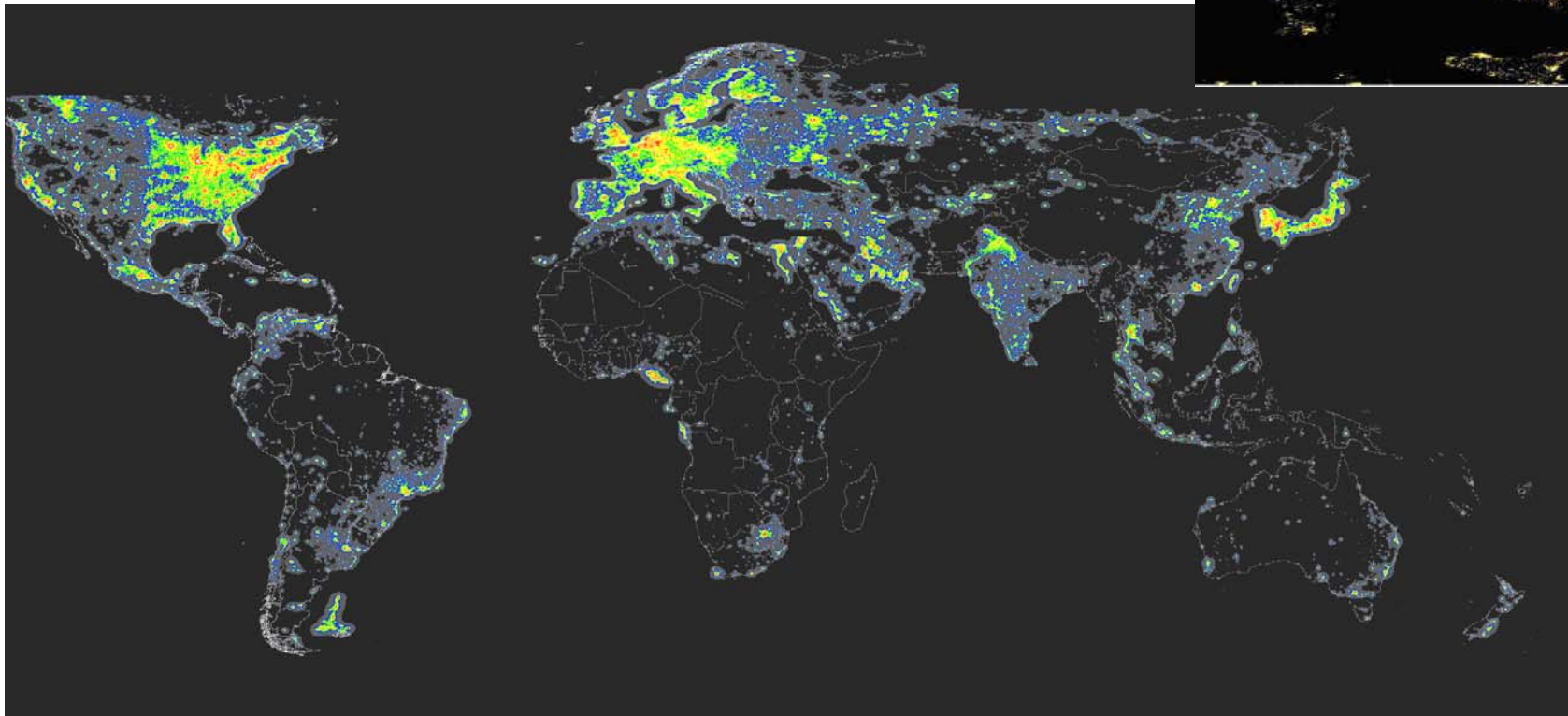
La luna  
piena e il  
suo spettro  
sopra le  
luci di una  
città e il  
loro spettro  
diffuso  
dalla  
atmosfera.

# La situazione in Italia



Se questa estrapolazione sarà confermata, nel 2025 nessun italiano potrà vedere la Via Lattea.

# Mappa di luci artificiali da satellite



From a paper by Cinzano, Falchi e Elvidge (2001)



# La Terra di notte da ROSETTA

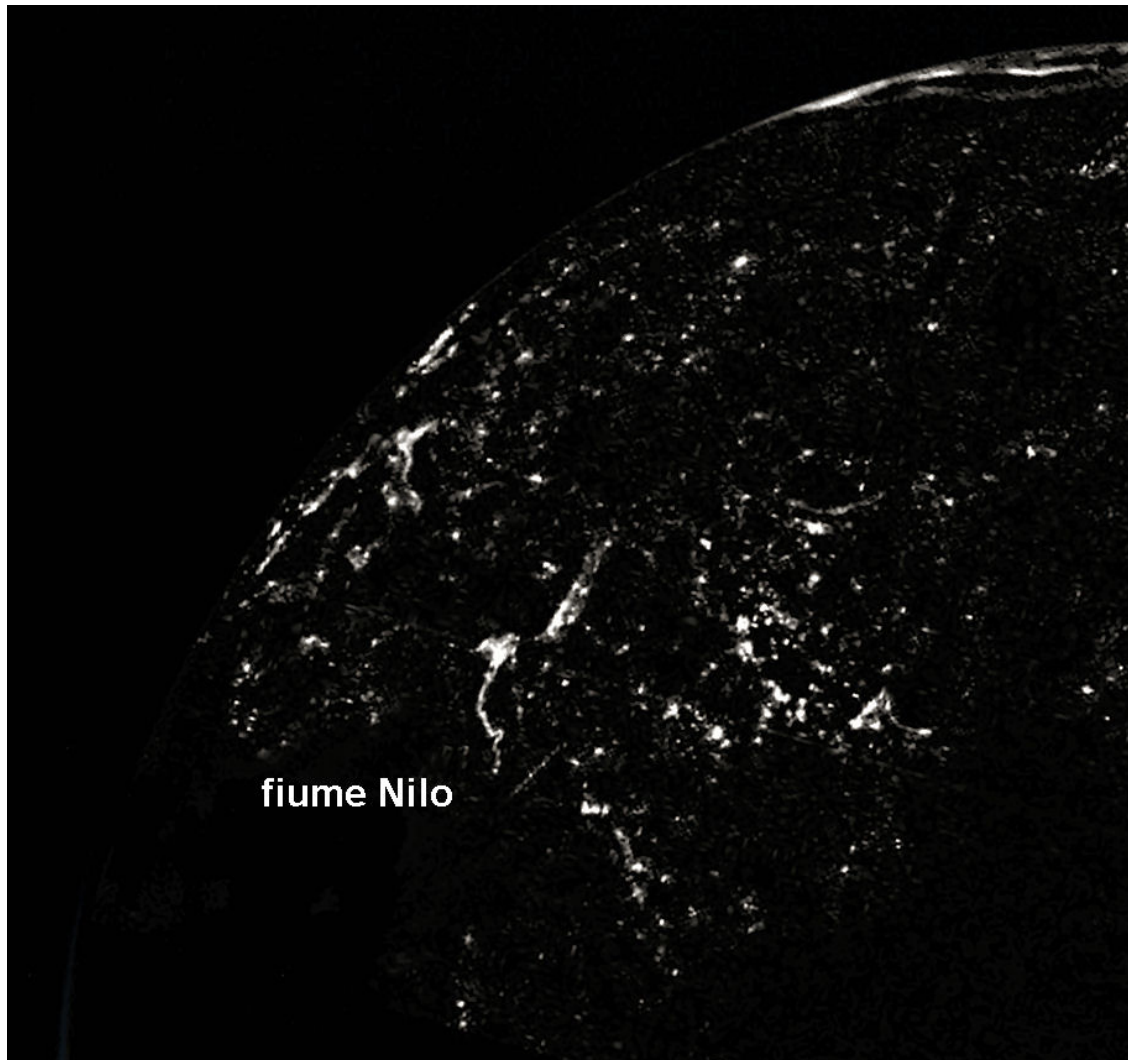


Foto ottenuta con OSIRIS, il sistema per immagini a bordo della sonda Rosetta dell'ESA, costruito sotto la responsabilità del Max-Planck-Institute di Katlenburg-Lindau (Germania) e con la collaborazione di Francia, Italia, Spagna e Svezia e dell'Agenzia Spaziale Europea.

(ESA ©2007 MPS for OSIRIS Team  
MPS/UPD/LAM/IAA/RSSD  
/INTA/UPM/DASP/IDA)

**Sorvolo del novembre 2007**

# L'assorbimento interstellare

Lo spazio tra le stelle *non è vuoto*, contiene gas frammisto a polveri, specialmente nelle direzioni contenute sul piano della Via Lattea.

Come ogni mezzo materiale, anche quello interstellare ha un indice di rifrazione complessivo diverso da 1, e dipendente dalla lunghezza d'onda. Esso pertanto non solo attenua la luce delle stelle in quelle direzioni, ma ne altera anche gli indici di colore.

# Esercizi

1 - Determinare la brillantezza superficiale nel visibile per il Sole, la Luna e Venere.

2 - determinare la forma limite della legge di Planck valida se  $(hc/k\lambda T) \ll 1$  (la cosiddetta approssimazione di *Rayleigh – Jeans*) che nei casi astronomici usuali è valida nell'infrarosso e nel dominio radio.

Determinare poi la approssimazione di Wien, quando cioè  $hc/k\lambda T \gg 1$ , che è discretamente buona già per il Sole e a fortiori per le stelle più calde .