

11 - La Parallasse

Parallassi trigonometriche

Parallassi diurne

Parallassi annue

Il parsec

Parallassi secolari e dinamiche

La Parallasse

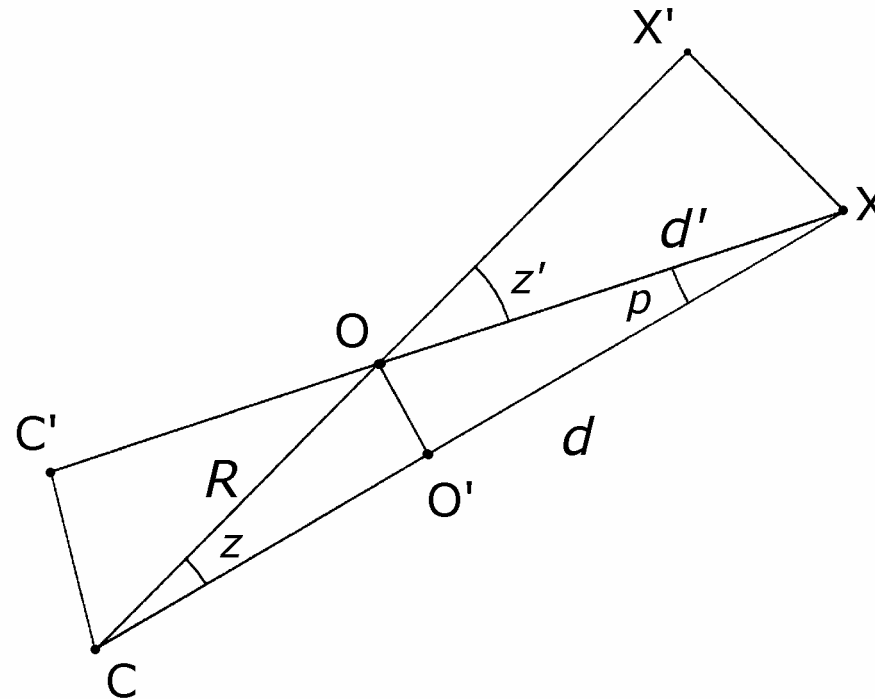
Il fenomeno della *parallasse è dovuto alla distanza finita dell'astro dall'osservatore*. Osservatori situati in diverse località, o lo stesso osservatore che si muova a causa della rotazione diurna o della rivoluzione annua, vedranno l'oggetto in diverse direzioni sulla volta celeste. Di tutti i fenomeni descritti sinora, che alterano la direzione apparente dell'astro, la parallasse è il primo che dia informazioni dirette sulla *distanza*, e dunque sulla natura, dell'astro stesso, e non solo sui movimenti dell'osservatore o sulle proprietà fondamentali della luce.

La conoscenza in unità lineari della distanza fornisce un collegamento tra le scale di distanza terrestre e cosmica: la determinazione delle parallassi è perciò una delle più *fondamentali misure astronomiche*.

La parallasse trigonometrica -1

Dati due osservatori, O, C a distanza relativa R , e un oggetto X a distanza d' da O, e d da C, l'osservatore O vedrà l'oggetto in direzione z' , e l'osservatore C in direzione $z = z' - p$ rispetto alla linea di base OC.

L'angolo p è chiamato *parallasse di X* rispetto alla base OC.



Le parallassi trigonometriche -2

Valgono le seguenti relazioni esatte:

$$CX' = d \cos z = R + d' \cos z' \quad , \quad XX' = d \sin z = d' \sin z'$$

$$CX = d = d' \cos p + R \cos z$$

$$CC' = d \sin p = R \sin z' \quad , \quad C'X = d \cos p = d' + R \cos z'$$

$$OO' = d' \sin p = R \sin z$$

$$\tan p = \frac{R}{d'} \frac{\sin z'}{1 + \frac{R}{d'} \cos z'} = \frac{d}{d'} \frac{R}{d'} \frac{\sin z}{1 + \frac{R}{d'} \cos z'}$$

Le parallassi trigonometriche -3

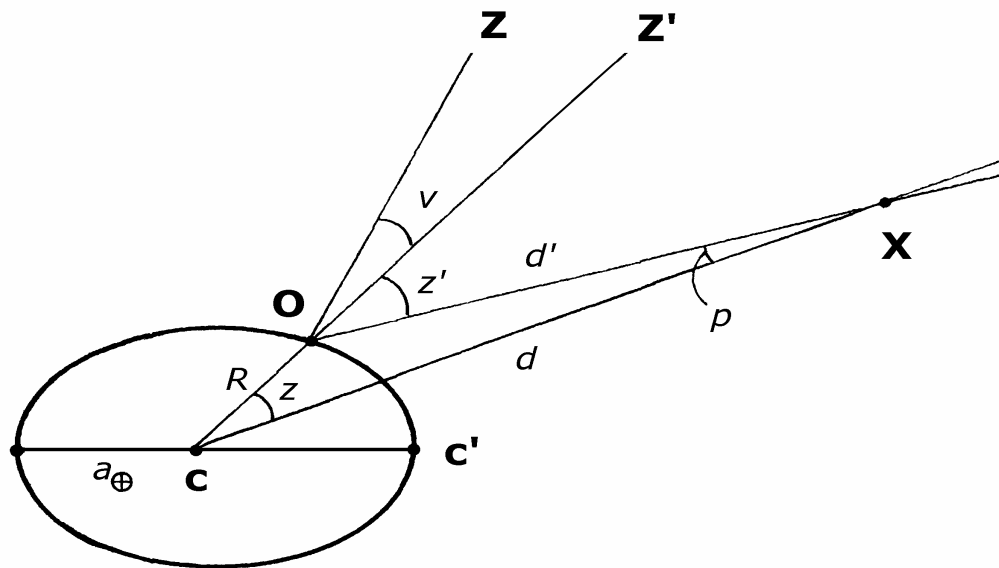
Queste relazioni generali, utili per triangolazioni terrestri o se si osservano satelliti artificiali, possono essere semplificate nel caso astronomico date le distanze molto maggiori.

Distingueremo nel seguito gli oggetti del Sistema Solare per cui il raggio terrestre è sufficiente a fungere da base (*parallassi diurne*), e le stelle, per le quali invece tale raggio è troppo piccolo e la linea di base è fornita dal semiasse maggiore dell'orbita terrestre attorno al Sole (*parallassi annue*).

La parallasse diurna - 1

Quando si determinano le coordinate celesti di un corpo del Sistema Solare (un pianeta, una cometa, un asteroide), sarà necessario tenere in considerazione la posizione dell'osservatore sulla superficie terrestre (cioè la sua **topografia**), in modo da traslare le coordinate a quelle dell'osservatore **geocentrico**. Dunque per passare da coordinate **topocentriche** a coordinate **geocentriche**.

Sia dunque **C** il centro della terra, **O** il generico osservatore sulla superficie, a distanza **R** da **C**, **X** il pianeta distante **d** da **C** e **d'** da **O** (vedi figura).



L'angolo **p** = **XCO** è la **parallasse diurna istantanea di X**.

L'ellitticità della Terra è stata grandemente esagerata.

Il piano **COX** non è necessariamente quello del meridiano .

La parallasse diurna - 2

Nella figura, la linea **OZ** è la verticale astronomica, la linea **CZ'** quella geocentrica; le osservazioni forniscono la distanza zenitale z_0 , che si può trasformare nella distanza dalla verticale geocentrica z' mediante la deviazione dalla verticale v :

$$z' = z_0 - v = z + p$$

$$v = \phi' - \phi = -f \sin 2\phi + \frac{1}{2} f^2 \sin 4\phi + \dots \approx -692''.7 \sin 2\phi + 1''.2 \sin 4\phi$$

L'angolo p è dato da:

$$\sin p = \rho \frac{a_{\oplus}}{d} \sin z', \quad \tan p = \rho \frac{a_{\oplus}}{d} \frac{\sin z}{1 - \rho \frac{a_{\oplus}}{d} \cos z}$$

ed evidentemente *varia con la rotazione della Terra*, anche trascurando il moto del pianeta.

La parallasse diurna - 3

Chiameremo dunque *parallasse orizzontale diurna* π l'angolo sotto cui **X** vede perpendicolarmente il raggio terrestre. In altre parole, π è il **valor massimo di p** ad ogni distanza di **X** da **C**, e varierà solo con la relativa posizione di **X** e di **C** nelle loro rispettive orbite eliocentriche.

La parallasse orizzontale della Luna varia tra 54' e 61' a causa della *forte eccentricità dell'orbita lunare*. Si noti che questi valori sono circa doppi del diametro lunare apparente, per cui l'occorrenza di una occultazione stellare da parte della Luna dipende molto criticamente dalla posizione dell'osservatore.

Tutti gli altri corpi celesti sono molto più distanti della Luna (a parte alcuni occasionali asteroidi o le meteoriti o i satelliti artificiali), la loro parallasse è molto minore, e può variare tra limiti molto ampi. Per esempio, π (Venere) varia tra 5'' e 34''.

La parallasse diurna - 4

Dunque, essenzialmente in tutti i casi possiamo assumere le relazioni semplificate:

$$d \gg a_{\oplus} \quad , \quad \pi \ll \quad , \quad d = \frac{a_{\oplus}}{\sin \pi} \approx \frac{a_{\oplus}}{\pi}$$

$$\sin \pi \approx \pi = \frac{a_{\oplus}}{d}$$

La parallasse orizzontale diurna π è inversamente proporzionale alla distanza geocentrica del corpo, e la costante di proporzionalità è data dal raggio equatoriale terrestre.

La parallasse orizzontale diurna del Sole

La misura diretta della parallasse solare è stata molto difficile. Più avanti vedremo alcuni risultati. Qui assumiamo tale valore ben noto. Mediando sulla lieve eccentricità dell'orbita, *la parallasse orizzontale è praticamente costante* e la distanza *d* è l'Unità Astronomica:

$$a_{\odot} = 1 \text{ UA} \approx 1.49 \times 10^8 \text{ km}$$

cosicché:

$$d_{\odot} = a_{\odot} \approx \frac{a_{\oplus}}{\pi_{\odot}} \quad , \quad \pi_{\odot}'' \approx 8.8''$$

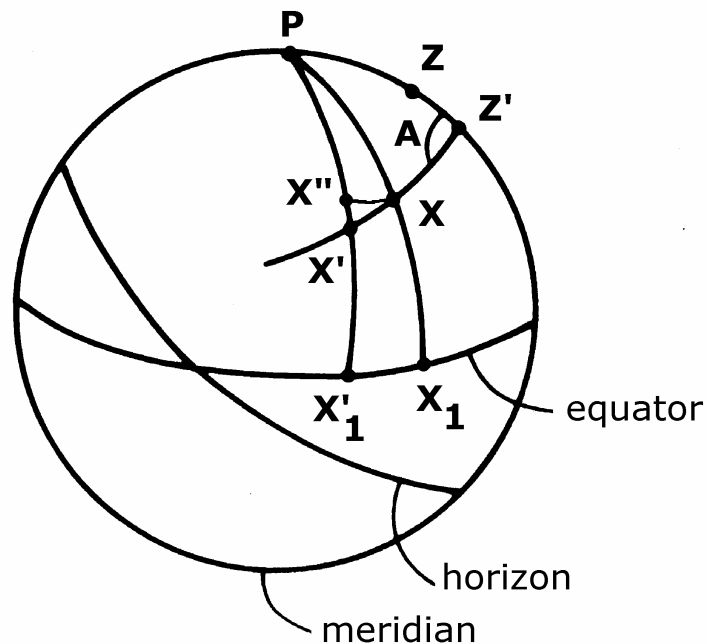
Se ora esprimiamo la distanza *d* a un corpo generico del sistema solare in UA, la sua parallasse in secondi d'arco sarà:

$$\pi'' = \left(\frac{1}{d(\text{UA})} \right) \pi_{\odot}''$$

Effetto della parallasse diurna sulle coordinate celesti- 1

Consideriamo il caso generale di un corpo osservato fuori del meridiano. Lo Zenit geocentrico **Z'** è sul meridiano alla piccola distanza **v** da quello astronomico **Z**, e più vicino all'orizzonte.

La posizione osservata sarà **X'**, quella geocentrica sarà **X**, che si situa sul cerchio massimo per **X'** e **Z'**. Si hanno le relazioni:



$$PZ = 90^\circ - \varphi$$

$$PZ' = 90^\circ - \varphi'$$

$$Z'X' = z'$$

$$Z'X = z$$

$$XX' = p$$

$$z' = z + p$$

Effetto della parallasse diurna sulle coordinate celesti- 2

Dunque, la parallasse diurna *aumenta la distanza zenitale* lungo il cerchio verticale, e lascia essenzialmente *costante l'azimut* (a tutto rigore il cerchio X'Z' non è esattamente quello verticale). Le formule rigorose per un oggetto vicino sono molto complicate, ma per oggetti più distanti della Luna si arriva alla espressione semplificata:

$$\begin{cases} -\Delta HA'' = \Delta \alpha'' = -\rho \frac{\pi_{\odot}''}{d(\text{AU})} \cos \varphi' \frac{\sin HA}{\cos \delta} \\ \Delta \delta'' = -\rho \frac{\pi_{\odot}''}{d(\text{AU})} (\sin \varphi' \cos \delta - \cos \varphi' \sin \delta \cos HA) \end{cases}$$

In particolare, *se osserviamo il corpo in meridiano*, allora le osservazioni danno *direttamente l'Ascensione Retta geocentrica*, e tutta la parallasse diurna si trova in una *variazione di Declinazione*.

Parallasse Diurna e diametri apparenti

La parallasse diurna altera anche *i diametri apparenti*. Sia s il diametro in km di un pianeta (trattato per semplicità come un disco), S il suo diametro angolare geocentrico alla distanza geocentrica d , e S' , d' i corrispondenti valori topocentrici. Varranno le seguenti relazioni:

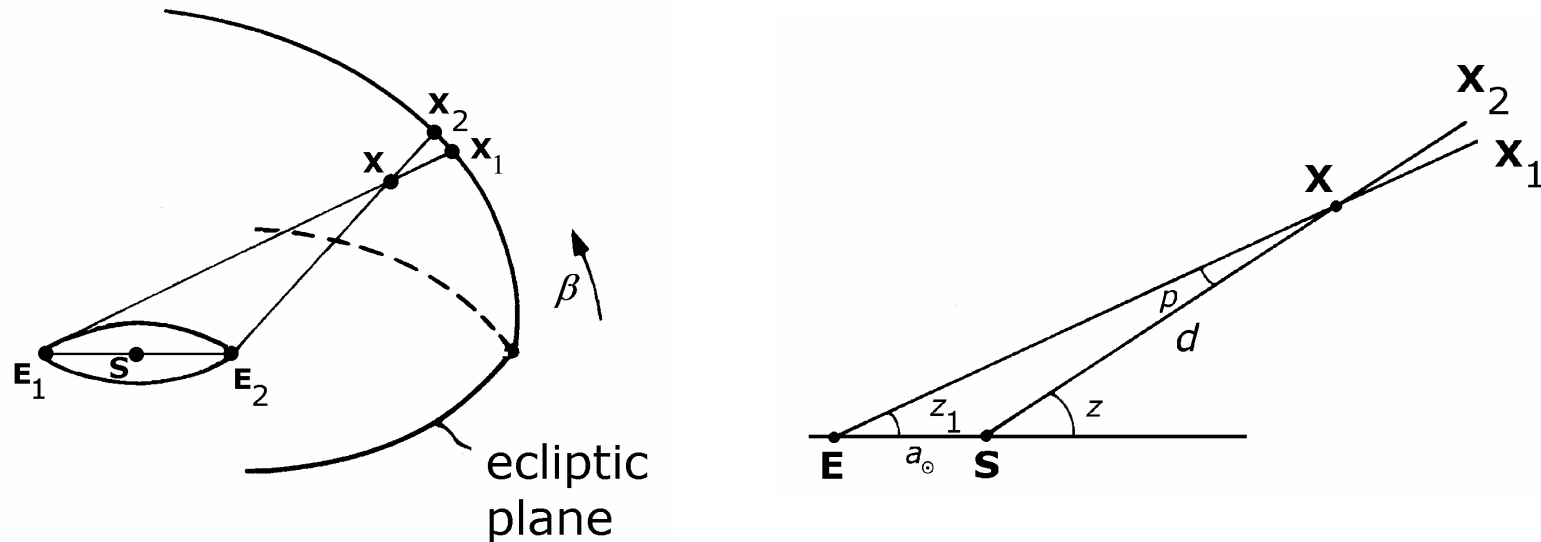
$$\sin S = \frac{s}{d} \quad , \quad \sin S' = \frac{s}{d'} = \frac{s}{d} \frac{d}{d'} = \sin S \frac{\sin z'}{\sin z}$$

Dato che gli angoli sono piccole quantità:
$$S' = S \frac{\sin z'}{\sin z}$$

Dalla superficie della Terra,, l'effetto sul Sole **non supera mai** 0.1'', ma è notevole per la Luna, il cui raggio apparente geocentrico è $S = 0.272 \cdot \pi$, con una variazione topocentrica massima di circa 40''. E' un effetto di cui si deve ben tener conto per calcolare circostanze di eclissi e occultazioni. C'è poi un altro effetto per la Luna, cioè il piccolo ritardo nell'istante del sorgere, e il piccolo anticipo nell'istante del tramonto, al più di 1.5 minuti, di segno contrario al molto maggior effetto causato dalla *rifrazione atmosferica*.

La parallasse annua - 1

Le parallassi annue sono il metodo **fondamentale** per la misura diretta delle distanze stellari.



La figura mostra la Terra in due posizioni diametralmente opposte lungo la sua orbita, che al momento prendiamo come circolare con raggio 1 UA. Siano E_1 e E_2 i due osservatori geocentrici, S l'ideale osservatore eliocentrico, e X una stella vicina, che verrà vista proiettata in X_1 and X_2 sulla sfera celeste (cioè rispetto allo sfondo di stelle molto più lontane).

La parallasse annua - 2

Chiamando ES la direzione Terra-Sole, z l'angolo della visuale con la direzione da S, e z' da E, d la distanza eliocentrica di X, abbiamo:

$$a_{\odot} \sin z' = d \sin(z - z') = d \sin p, \quad \sin \pi = \frac{a_{\odot}}{d}, \quad \sin z' = \frac{\sin(z' - z)}{\sin \pi}$$

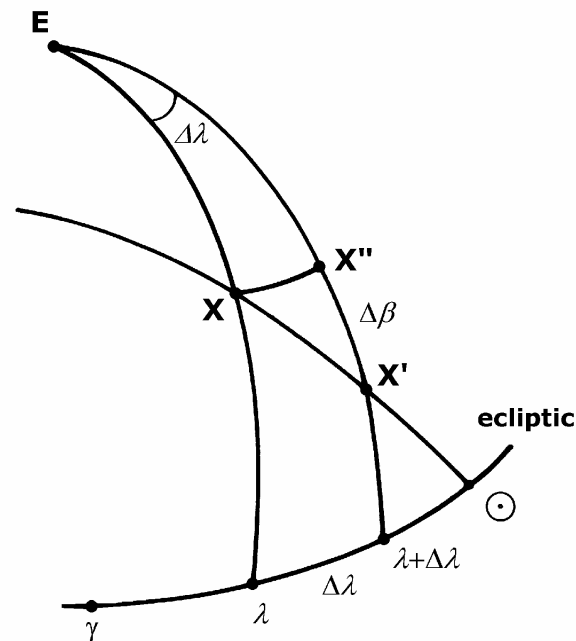
L'angolo π , sotto cui l'Unità Astronomica è vista perpendicolarmente dalla stella, cioè il massimo valore di p , si chiama **parallasse annua di X**. Sinora, la stella Proxima Centauri (nel sistema triplo di α Cen) ha il valore più alto, $\pi = 0.76''$. Dunque possiamo tranquillamente sostituire l'arco al suo sin o tan:

$$z' = z - \pi \sin z' \approx z - \pi \sin z$$

L'osservatore geocentrico vede la stella **più vicina al Sole** della piccola quantità $(z' - z)$; sulla sfera celeste tale spostamento avviene sul **cerchio massimo passante per X e S**.

La parallasse annua - 3

Nel corso dell'anno, S si muove lungo l'eclittica, e il luogo X' della apparente direzione geocentrica *sarà un'ellisse centrata sulla posizione eliocentrica X* . Si noti che questa ellisse non ha niente a che fare con l'ellitticità dell'orbita terrestre (che anzi abbiamo assunto circolare). E' semplicemente l'effetto di proiezione che dipende dalla latitudine eclittica β di X ; la piccola ellitticità dell'orbita ($e = 0.0167$) introduce solo piccole modifiche, che qui trascuriamo.



Se (λ, β) sono le coordinate eliocentriche di X , le coordinate geocentriche differiranno di piccole quantità che possiamo trattare come infinitesimi, $(\lambda + \Delta\lambda, \beta + \Delta\beta)$, in altre parole il piccolo triangolo $XX''X'$ può essere considerato piano con lati infinitesimi :

$$X''X = \Delta\lambda \cos \beta, \quad X''X' = \Delta\beta$$

$$XX' = z - z' = \pi \sin z$$

La parallasse annua - 4

Chiamando λ_{\odot} la longitudine del Sole, dopo alcuni calcoli (simili a quelli fatti per l'aberrazione annua), avremo:

$$\Delta\lambda = \pi \frac{\sin(\lambda_{\odot} - \lambda)}{\cos \beta} \quad , \quad \Delta\beta = -\pi \sin \beta \cos(\lambda_{\odot} - \lambda)$$

$$\cos^2 \beta \left(\frac{\Delta\lambda}{\pi} \right)^2 + \left(\frac{\Delta\beta}{\pi \sin \beta} \right)^2 = 1$$

dove $\Delta\lambda$ è il movimento parallelo all'eclittica, $\Delta\beta$ quello a esso perpendicolare: il luogo annuo è dunque *un'ellisse* di semiasse maggiore π e semiasse minore $\pi \sin \beta$.

La parallasse annua - 5

Per una stella eclitticale questo luogo degenera in un segmento, per una stella al polo dell'eclittica in un cerchio.

La stella passa per il semiasse maggiore dell'ellisse di parallasse quando la sua longitudine è $\pm 90^\circ$ da quella del Sole, motivo per cui conviene fare le osservazioni di parallasse a due date particolari per ogni regione di cielo. Siccome poi conviene fare le osservazioni in meridiano, allora il lavoro sulle parallassi si fa meglio all'alba e al tramonto.

Si noti anche che l'ellisse di parallasse anticipa di 3 mesi quella di aberrazione annua, e naturalmente *le sue dimensioni sono proporzionali alla distanza della stella, non fisse come quella di aberrazione.*

La parallasse annua - 6

In coordinate equatoriale, questa ellisse sarà ruotata di un certo angolo, e non è difficile provare le seguenti relazioni:

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta\alpha \cos \delta = \pi(\cos \varepsilon \cos \alpha \sin \lambda_{\odot} - \sin \alpha \cos \lambda_{\odot}) = \\ \quad = \pi(Y_{\odot} \cos \alpha - X_{\odot} \sin \alpha) \\ \Delta\delta = \pi(\sin \varepsilon \cos \delta \sin \lambda_{\odot} - \cos \alpha \sin \delta \cos \lambda_{\odot} - \cos \varepsilon \sin \delta \sin \alpha \sin \lambda_{\odot}) = \\ \quad = \pi(Z_{\odot} \cos \delta - X_{\odot} \cos \alpha \sin \delta - Y_{\odot} \sin \alpha \sin \delta) \end{array} \right.$$

dove $(\alpha_{\odot}, \delta_{\odot})$ sono le coordinate equatoriali geocentriche del Sole, e $(X_{\odot}, Y_{\odot}, Z_{\odot})$ quelle rettangolari. Queste correzioni $\Delta\alpha$, $\Delta\delta$ si devono aggiungere con il loro segno a quelle eliocentriche, sottratte da quelle geocentriche.

Il parsec

Usando l'Unità Astronomica come linea di base, è possibile istituire **la fondamentale unità delle distanze astronomiche, cioè il *parsec***: un parsec (pc) è la distanza da cui l'UA sottende perpendicolarmente un angolo di 1". Dunque:

$$1 \text{ pc} = 206264.8 \text{ UA} = 3.09 \times 10^{13} \text{ km}$$

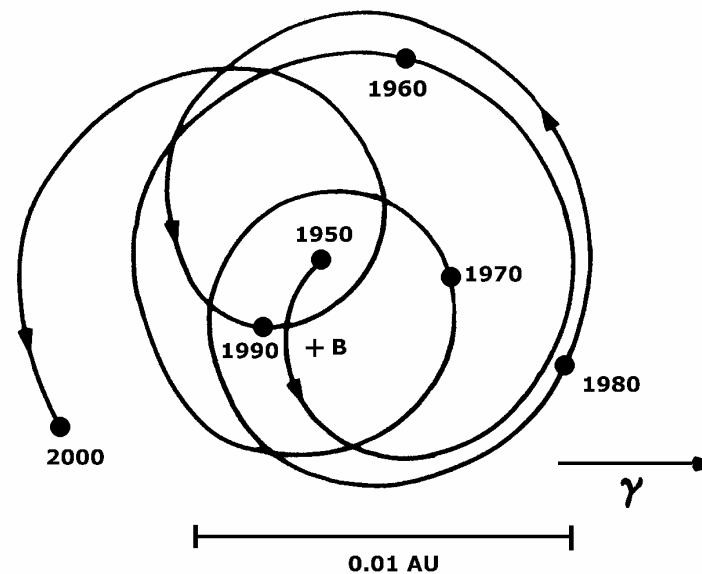
dove l'ultimo fattore di conversione deriva dalla parallasse solare. Qualunque revisione di questa calibrazione non cambierà la distanza espressa in parsec. Oggi in pratica questa avvertenza non è importante, perché la precisione con cui si conosce la parallasse solare è molto maggiore di quella delle parallassi stellari; tuttavia è utile ricordarsene per capire come le scale terrestri sono collegate a quelle cosmiche.

Una unità secondaria di *distanza* è l'anno luce l-y, corrispondente alla distanza percorsa dalla luce in un anno, nel vuoto:
 $1 \text{ pc} \approx 3.26 \text{ l-y}$.

Approssimazioni - 1

Il precedente trattamento delle parallassi stellari è approssimato per diverse ragioni:

- l'orbita della Terra è lievemente ellittico
- l'osservatore eliocentrico dovrebbe essere sostituito da quello baricentrico. La distanza tra i due non eccede mai 0.01 UA (2 raggi solari), con un complesso andamento nel tempo, secondo le longitudini di Giove, Saturno e degli altri pianeti (vedi la Figura).



Approssimazioni - 2

- la deflessione relativistica della luce affetta le direzioni apparenti a livello di 0.001''
- l'osservatore geocentrico dovrebbe essere rimpiazzato da quello del baricentro Terra-Luna; l'effetto è inferiore alla aberrazione diurna su quella particolare stella, perché il baricentro è all'interno del corpo della Terra.

Le differenze tra la trattazione approssimata e quella rigorosa sono dell'ordine di:

$$(a_{\odot} / d)^2$$

Inoltre, un trattamento corretto nel quadro della Relatività Generale introduce termini che dipendono dalla velocità radiale V_r e dal moto proprio μ della stella, dato che le parallassi non possono essere totalmente separate dalla aberrazione e dalla velocità.

Parallassi secolari - 1

Il Sistema Solare si muove rispetto all'insieme delle stelle vicine con una velocità di circa 20 km/s in direzione della costellazione della Lira (una direzione che si chiama *apice* del moto solare).

Un ipotetico osservatore, fermo rispetto a tale insieme, osserverebbe il Sole in moto rettilineo verso l'apice.

Dunque le rivoluzioni annue dei pianeti viste da tale osservatore sono orbite aperte.

La distanza percorsa dal Sole è 4 UA all'anno, cioè una linea di base 4 volte maggiore di quella delle parallassi annue.

Parallassi secolari - 2

Chiamiamo allora *parallasse secolare* H della stella X l'angolo sotto cui questa linea di base si vede perpendicolarmente. Chiamiamo s_{\odot} (km/s) la velocità del Sole, n il numero di secondi in un anno, d (km) la distanza eliocentrica di X; dopo le semplici conversioni di unità di misura abbiamo:

$$H = \pi \frac{s_{\odot}}{4.74} \approx 4\pi$$

Tuttavia, questo movimento è *secolare, non periodico*, ed è frammisto al moto proprio della stella. Pertanto, la parallasse secolare non è utile per le stelle prese singolarmente, ma ha validità statistica per tutto un gruppo di stelle aventi la stessa distanza.

Parallassi dinamiche nel Sistema Solare

Si consideri la terza legge di Keplero, che per ogni pianeta ha l'espressione approssimata:

$$P^2 = (4\pi / M_{\odot}) a^3$$

dove P è il periodo siderale, a è il semiasse maggiore e M_{\odot} è la massa del Sole. Confrontando con la Terra:

$$P^2 / P_{\oplus}^2 = a^3 / a_{\oplus}^3$$

Possiamo cioè derivare le dimensioni *relative* di ciascuna orbita. Ci vuole almeno una determinazione in unità lineari terrestri (ad es. km) per fissare la scala del Sistema Solare, il cui valore preciso è ben conosciuto da appena un secolo (vedi Tabella). Uno dei metodi preferiti in passato è stato di osservare da parecchi siti un asteroide (dato che la sua immagine è puntiforme) la cui orbita lo porti il più vicino possibile alla Terra.

La parallasse solare da Eros

Il risultato migliore si ebbe con 433 Eros, il cui perielio è a 1.13 UA (lo stesso Eros fu raggiunto nel 2001 dalla sonda NEAR, che poi fu mandata a schiantarsi sulla superficie alla fine di una missione di grande successo). Eros fu in opposizione nel 1900-1901, e di nuovo nel 1930-1931. Il primo evento, durante il quale la distanza minima da Terra fu 0.32 UA, fu osservato visualmente e diede il valore:

$$\pi_{\odot} = (8.806 \pm 0.004)''$$

Nella seconda opposizione, il pianetino arrivò molto più vicino, a 0.17 UA, e le osservazioni furono fotografiche. Si trovò il valore :

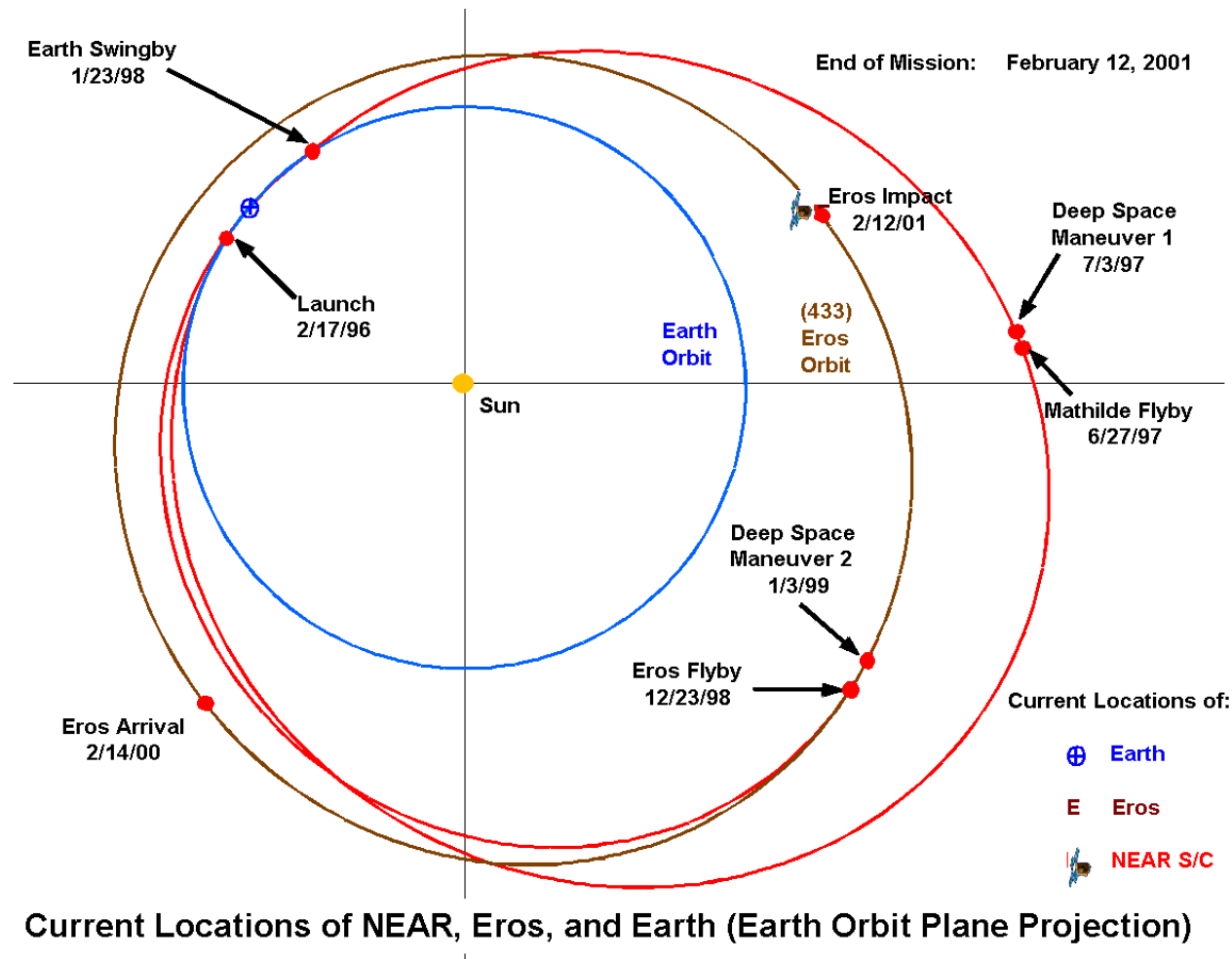
$$\pi_{\odot} = (8.790 \pm 0.001)''$$

Eros fu osservato di nuovo nel 1975, ma questa volta con *echi radar*, una tecnica che era già stata sperimentata nel 1959 e 1961 alla congiunzione inferiore di Venere. Questi dati radar fornirono anche le prime indicazioni sulle dimensioni dell'asteroide (circa 16x35 km) e sulla forte rugosità del suolo.

Tabella di valori della UA

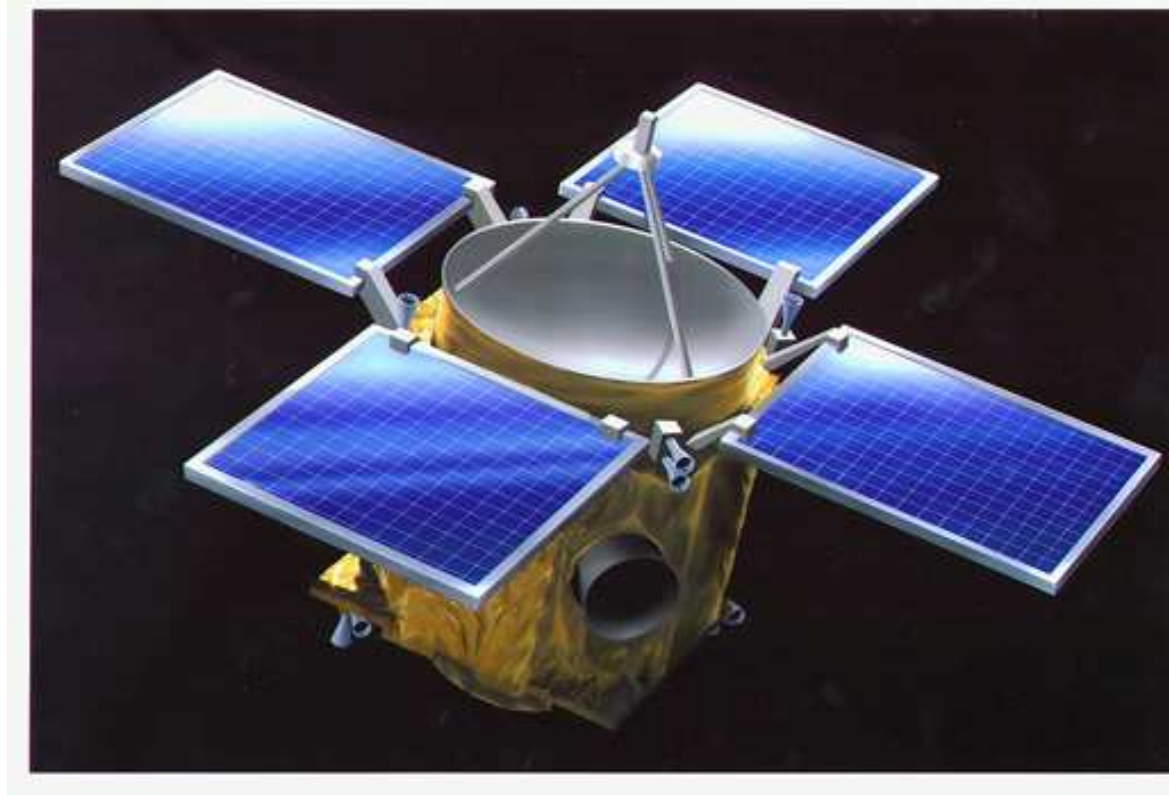
Periodo	π_{\odot}	Metodo
1801 - 33	9.0''	Parallasse di Marte, transiti di Venere nel 1761 – 69
1834 - 69	8.5776''	Nuova discussione di Encke dei precedenti transiti di Venere
1870 - 81	8.95''	LeVerrier dall'orbita lunare
1882 – 1900	8.848''	‘miglior valore ’ secondo Newcomb
1901	8.80''	Valore ‘ufficiale’
1930-31	8.790''	Spencer-Jones, dalla opposizione di Eros
1964	8.79405''	Radar, corrispondente a 149.60003×10^{11} m
1976	8.794148''	Radar, corrispondente a 149.59787×10^{11} m

La missione NEAR a Eros



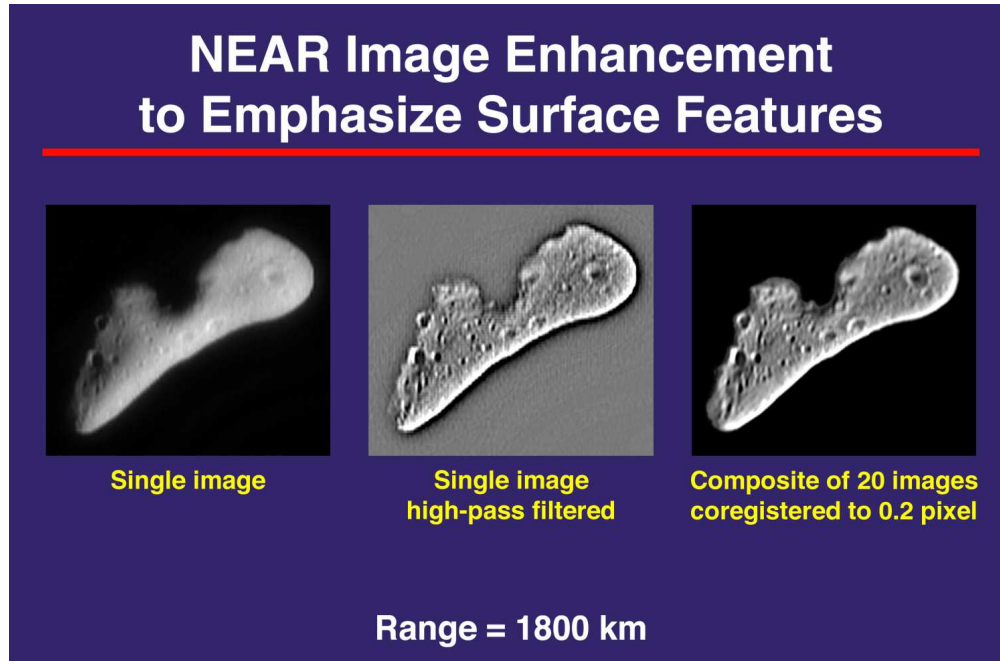
Prima di raggiungere Eros, NEAR passò molto vicino al grande asteroide Mathilde

La sonda NEAR

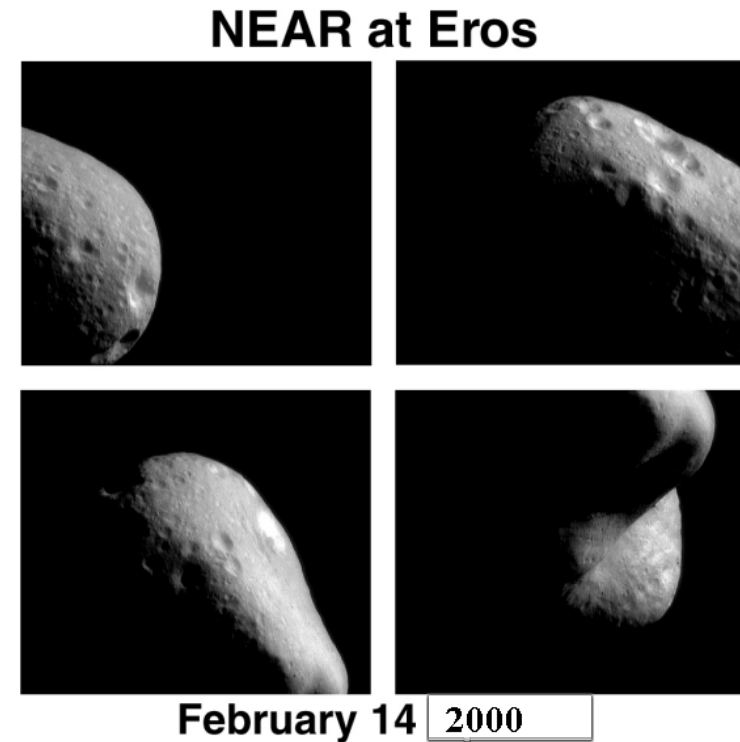


massa di 805 kg (incluso il propellente)
stabilizzato a tre assi; pannelli solari fissi
dimensioni: 1.7 metri quadrati alla base

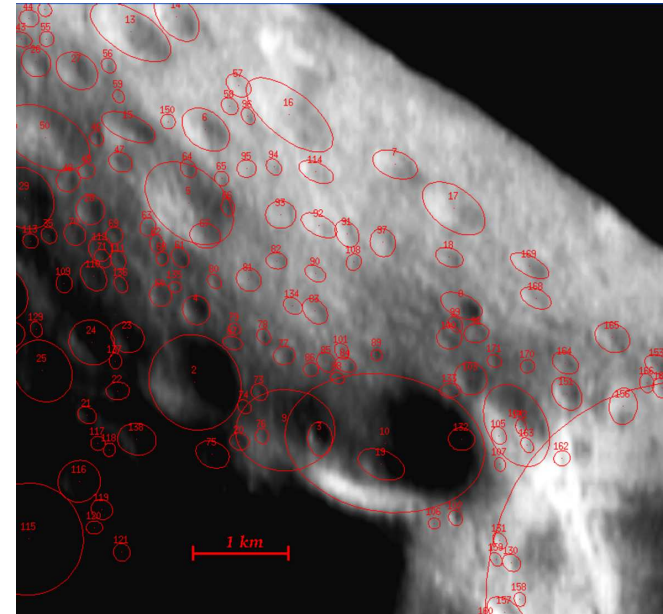
Immagini di Eros dalla NEAR - 1



Eros fu raggiunto nel 2000- 2001. Alla fine della missione NEAR si schiantò sulla superficie.



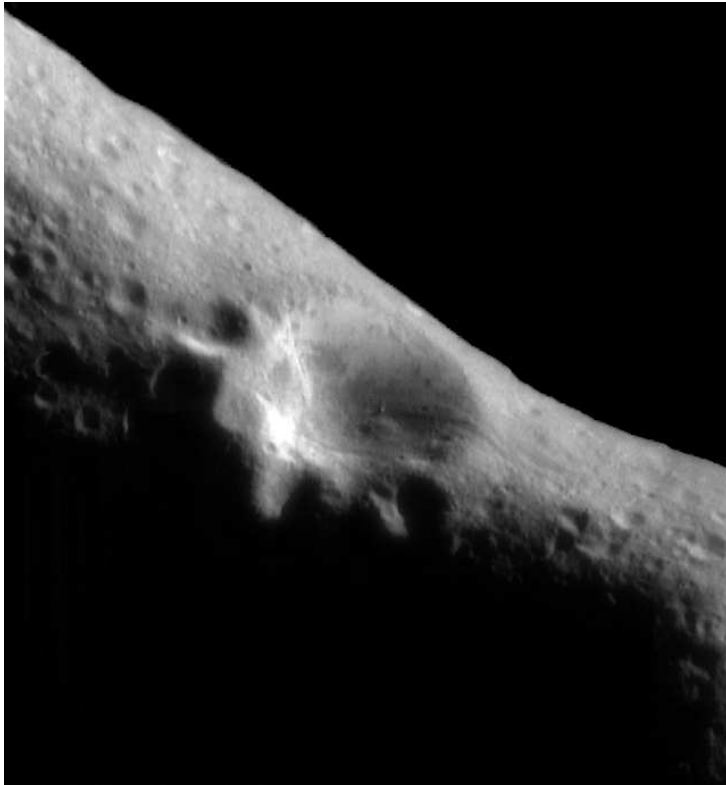
433 EROS dalla sonda NEAR - 2



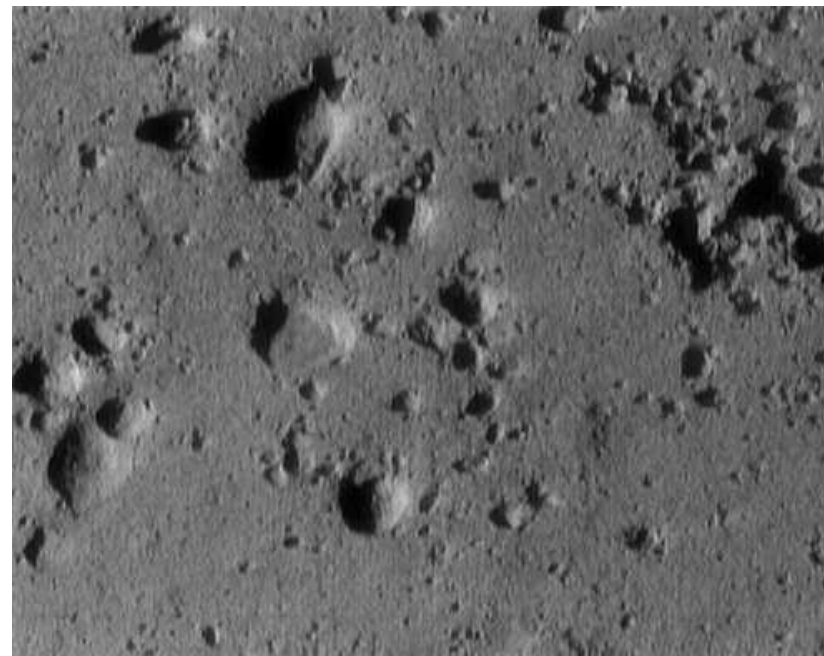
Immagini di 433 Eros dalla sonda Near. Si noti la forte craterizzazione della superficie, tipica di tutti gli asteroidi osservati sinora ([vedi http://near.jhupl.edu](http://near.jhupl.edu)).

Questo sito è *didatticamente molto istruttivo* per capire il movimento di una particella di prova (la sonda) in un campo gravitazionale fortemente variabile e rotante (l'asteroide).

433 EROS dalla sonda NEAR - 3



Si notino non solo i crateri ma anche questi massi, che non è ben chiaro come possano rimanere aderenti alla superficie nonostante la bassa gravità superficiale.





Altre immagini radar: Toutatis

Il radar NASA-JPL di 70 m a Goldstone è il più efficiente per lo studio di asteroidi che passino vicino a Terra.



High-Resolution Model of Asteroid 4179 Toutatis. Hudson, R. S., S. J. Ostro, and D. J. Scheeres. *Icarus* **161**, 346-355 (2003).

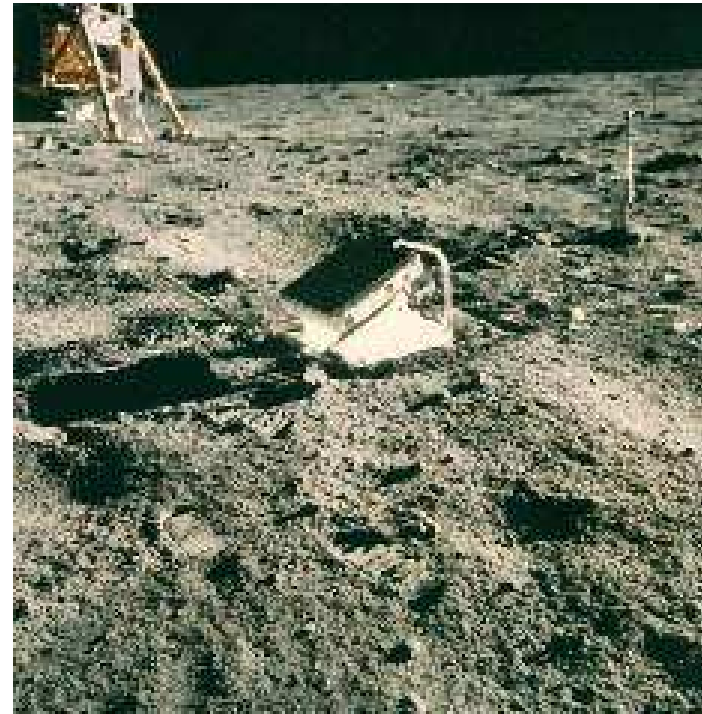
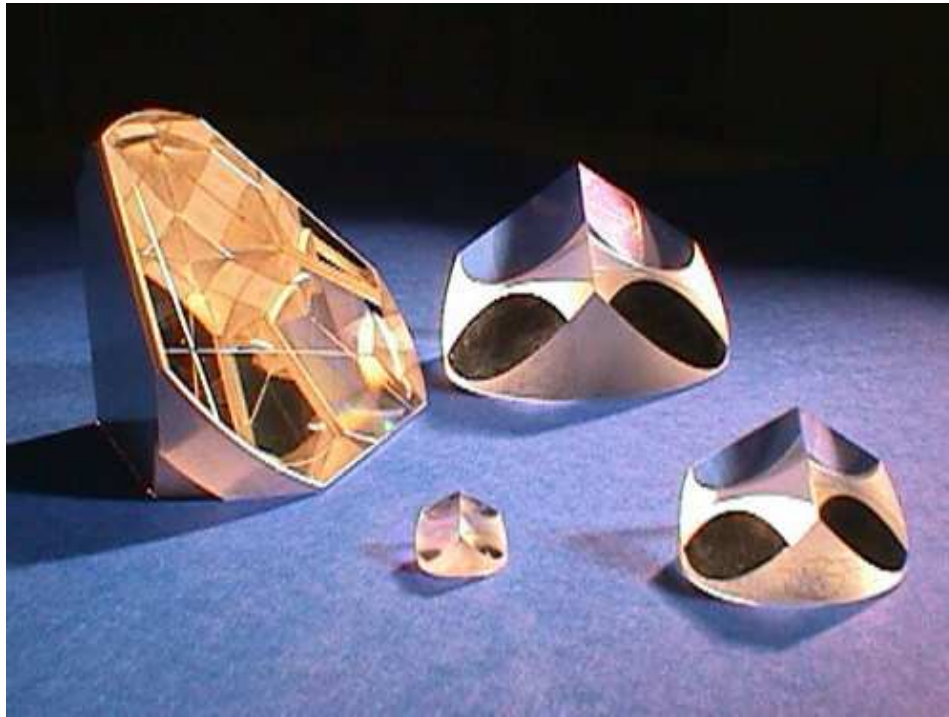
Modello della forma di Toutatis basato su immagini radar del 1992 e 1996. Il modello consiste di 39,996 facce triangolari definenti la localizzazione di 20,000 vertici. La risoluzione spaziale media è 34 m.

Distanze via Radar

All'intermo del sistema solare, il radar ha fornito un potente mezzo per la misura delle distanze, grazie alla previsa misura dell'intervallo di tempo tra la trasmissione dell'impulso e la ricezione dell'eco. Oltre alla distanza, il radar fornisce anche la velocità radiale grazie allo spostamento in frequenza misurato dall'effetto Doppler (si veda il capitolo corrispondente). Pertanto, il radar fornisce allo stesso tempo poszione e velocità per integrare le equazioni del moto.

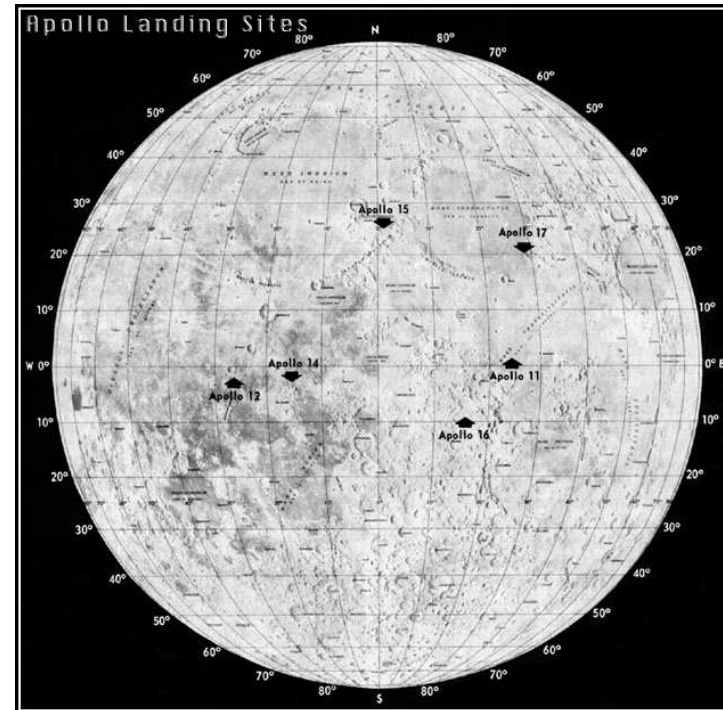
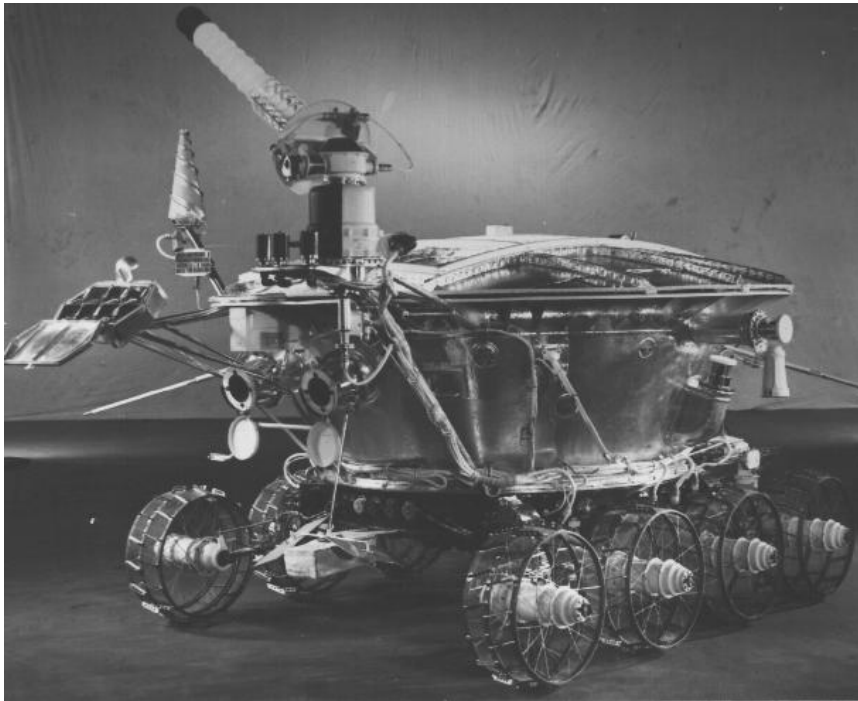
La distanza della Luna via laser - 1

Il *laser ranging* della Luna è possibile grazie ai retroriflettori (v. sinistra) lasciati dalle missioni americane e sovietiche degli anni '70. A destra, il retroriflettore dell'Apollo 11.



La distanza della Luna via laser - 2

Ci sono ancora 4 riflettori utilizzabili, 3 delle missioni Apollo (11, 14 e 15) e 1 delle missioni Lunakhod (v. a sinistra). A destra: i siti di atterraggio degli Apollo. Il progetto più avanzato per misurare la distanza della Luna via echi laser è il progetto chiamato Apollo, vedi:
<http://physics.ucsd.edu/~tmurphy/apollo/apollo.html>



Parallassi dinamiche per coppie di stelle

Siano A, B le due componenti di un sistema binario, di masse rispettivamente M_A e M_B , e periodo orbitale P . La terza legge di Keplero è (in forma rigorosa):

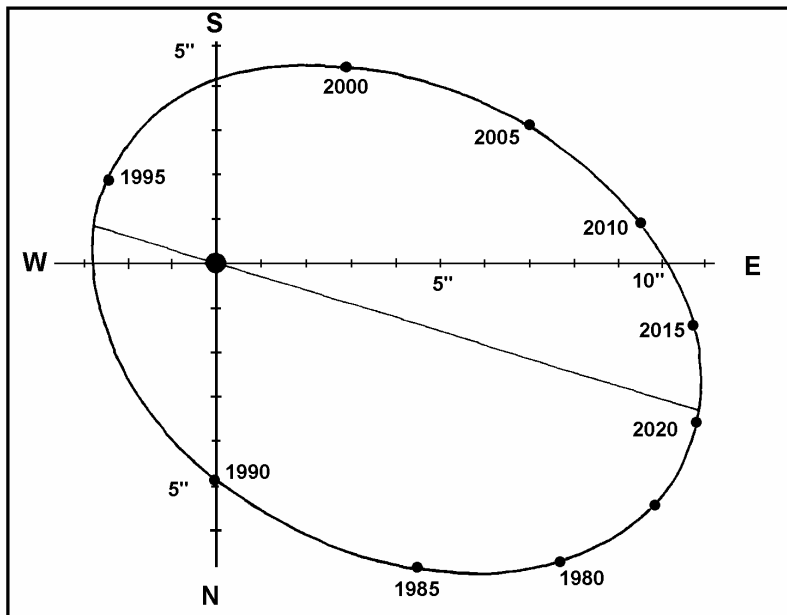
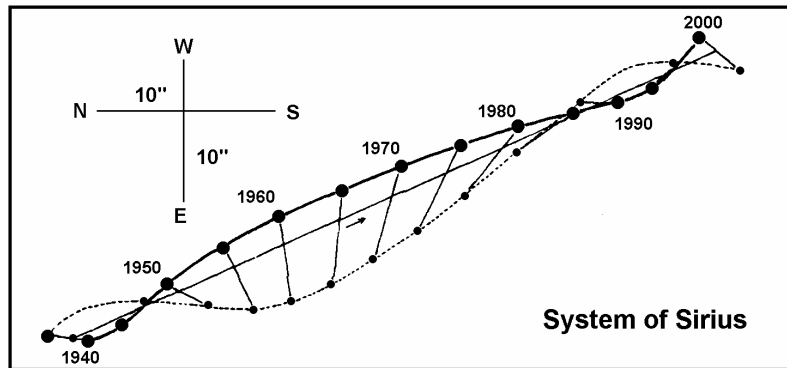
$$P^2 = \frac{4\pi}{G} \frac{a^3}{(M_A + M_B)}$$

In unità astronomiche (M in masse solari, P in anni):

$$M = M_A + M_B = \frac{a^3}{\pi^3} \frac{1}{P^2}$$

($\pi = 3.1415...$ nella prima formula, e π = parallasse nella seconda). Nella seconda equazione, a e π sono entrambe in arcsec. Le masse in generale sono sconosciute, ma già mettendo $M = 2$ si ha un valore accettabile per π , dato il piccolo peso di M sull'errore. Il metodo può essere raffinato usando una appropriata relazione *massa - luminosità* calibrata su sistemi ben conosciuti. Di solito l'errore su π è dominato dalle incertezze su a e su P .

L'orbita della stella doppia Sirio



Cammino di Sirio, la stella più brillante nel firmamento.

Sirio A ha un debole compagno, Sirio B, che ha praticamente la stessa massa della primaria, e anche la stessa alta temperatura superficiale (**circa 10000 K**).

Sirio B fu la prima *nana bianca* a essere scoperta, verso la fine del 1800.

Dall'orbita apparente (vedi figura superiore) si può derivare l'orbita relativa della secondaria rispetto alla primaria, ma questo è un caso molto favorevole e raro.