

Il Tempo in Astronomia

La rotazione diurna

La rivoluzione annua

Tempo solare e tempo siderale

Il Giorno Giuliano

L'anno

Il tempo atomico

Il tempo in astronomia

In molte considerazioni dei precedenti capitoli abbiamo usato la variabile **tempo**. Il tempo entra anche nella descrizione newtoniana dei movimenti come **variabile indipendente fondamentale** nelle equazioni differenziali.

Diamo ora varie definizioni operative del tempo, assieme alle varie trasformazioni tra di esse. Considereremo quattro **diverse scale temporali**, cioè:
tempo siderale, tempo solare, tempo dinamico, tempo atomico.

Le prime 3 scale sono strettamente associate alle osservazioni astronomiche, l'ultima a mezzi di laboratorio.

Quando sarà necessario ricorrere a considerazioni relativistiche, si dovrà distinguere tra **tempo proprio e tempo delle coordinate**. Il tempo diverrà allora la quarta componente della complessiva geometria spazio-temporale.

La rotazione diurna - 1

La rotazione **diurna** avviene attorno a un asse polare che consideriamo qui **fisso rispetto alle stelle distanti**. In altre parole, il vettore di rotazione diurna Ω è **considerato fisso** nel riferimento inerziale, sia come direzione che come modulo. Una ulteriore semplificazione è di assumere che tale direzione coincida con quella del semi-asse minore c dell'ellissoide che descrive la figura terrestre.

Quale sarà la durata della rotazione diurna? La potremmo misurare dall'intervallo di tempo tra due passaggi consecutivi al meridiano superiore (cioè di due culminazioni) di una **stella equatoriale e priva di moto proprio** (*ma non del Sole!*). Questo 'giorno stellare' tuttavia **non viene usato dagli astronomi**.

La rotazione diurna- 2

Si usa piuttosto il passaggio del punto vernale γ , che si sposta rispetto alla stella di circa 0.008 secondi al giorno ***causa la precessione lunisolare*** (per ora ignoriamo l'effetto della ***nutazione***, ***l'equinozio sarà quello medio e anche il TS sarà da intendersi come TS medio***).

La differenza tra giorno stellare e giorno siderale è dunque minima, per cui si può confondere la ***durata*** del giorno siderale (24h di ***TS***) con il periodo di rotazione diurna della Terra. Siccome la precessione luni-solare è uniforme, e tale è anche la rotazione terrestre, il ***TS medio sarà molto uniforme*** (almeno, nei limiti delle presenti assunzioni).

Il tempo siderale

Abbiamo già definito il Tempo Siderale **TS** come angolo orario dell'equinozio di primavera **TS = HA(γ)**. A ciascuna rotazione della Terra, **HA** cresce di **1 giorno siderale** di durata 24 ore siderali. Si ricordi sempre però che **HA** è un angolo definito sull'equatore celeste da un punto che non è direttamente visibile. E' infatti la declinazione del Sole δ_{\odot} che permette di misurare **TS** attraverso la relazione:

$$\sin \alpha_{\odot} = \cot \varepsilon \cdot \tan \delta_{\odot}$$

In altre parole, **TS** è definito dal Sole, non dalle stelle. Tuttavia, all'atto pratico nella gran parte delle operazioni astronomiche usuali, conviene riferirsi a un insieme di stelle fondamentali, cioè di AR ben conosciuta, le cui culminazioni in meridiano danno anche il **TS** corrispondente.

Tale insieme di stelle può essere definito da quelle del catalogo FK5, oppure dell'ICRS (adottato da una risoluzione dell'IAU dal 1 gennaio 1998). E' da temere che ciascun insieme dia luogo a un **TS** lievemente diverso da quello di un altro insieme, ma di nuovo questa cautela è superflua in gran parte delle applicazioni.

La rivoluzione annua - 1

Il movimento **annuo** del Sole rispetto alle stelle fisse, di circa 1° al giorno in verso diretto (verso Est), riflette il movimento di **rivoluzione** della Terra attorno al Sole nel corso dell'anno. Tale rivoluzione avviene in prima approssimazione rispettando le **due prime leggi di Keplero**:

I – l'orbita è un'ellisse che ha il Sole in uno dei fuochi, con semi-assi maggiore e minore rispettivamente **a** e **b**, di equazione:

$$\frac{1}{r} = \frac{1}{p} [1 + e \cos(\phi - \phi_0)]$$
$$a = \frac{p}{1 - e^2}, \quad b = a\sqrt{1 - e^2}$$

p è il cosiddetto *parametro* della conica, ed e è l'*eccentricità*, che nel caso della Terra vale $e = 0.01673 \approx 1/60$.

La direzione iniziale si fa generalmente coincidere con quella del semi-asse maggiore **a**, al momento in cui la Terra passa per il perielio Π (o il Sole al perigeo; questo avviene attorno al 2 gennaio di ogni anno), cosicché l'argomento $(\phi - \phi_0)$ diviene la cosiddetta **anomia vera v**.

La rivoluzione annua - 2

II – la velocità **areale** (non quella angolare!) è costante:

$$dA = \frac{1}{2} r \cdot r d\nu = \frac{C}{2} dt$$

C , o $c = C/2$, viene detta
costante delle aree

dove r è la distanza Terra - Sole (lievemente variabile di giorno in giorno).

Dallo studio dinamico del problema dei due corpi troveremo poi che il parametro p è legato alla costante delle aree, o infine al momento angolare orbitale K .

Il Tempo Solare - 1

Chiamiamo **giorno solare** l'intervallo di tempo tra due successive culminazioni del Sole sul meridiano superiore di una data località, e **tempo solare** T_{\square} l'**HA** del Sole, aumentato però di 12 ore, in modo che il giorno cominci a mezzanotte (questa è la convenzione adottata nel 1925, ma non da tutti applicata fino al 1928):

$$T_{\square} = HA_{\square} + 12^h$$

Questo T_{\square} è dunque il tempo indicato da una meridiana (a parte le 12 ore e il piccolo effetto di rifrazione atmosferica), in quella particolare località.

Tuttavia questo tempo solare non solo **ha durata diversa di quello siderale**, ma è ben lontano dall'essere **uniforme** come quello, per due diverse ragioni:

- Il Sole non è punto equatoriale ma eclitticale
- Il Sole si muove sull'eclittica rispettando la seconda legge di Keplero

Il Tempo Solare - 2

1) Per quanto riguarda la **durata**:

il Sole si muove sull'eclittica **mediamente** di circa 1/giorno (più precisamente di $360/365$ giorni $\approx 3^m56^s$ /giorno) rispetto alle stelle fisse, e dunque anche rispetto all'equinozio (a parte gli 0.008 secondi/giorno per precessione che qui trascuriamo).

Questi 3^m56^s rappresentano dunque ***l'eccesso di durata*** del giorno solare rispetto a quello siderale.

Tutte le unità di tempo solare (ora, minuto, secondo) saranno così **più lunghe di quelle siderali**. Approssimativamente, il fattore di conversione sarà $(24^h + 3^m56^s)/24^h = 1.002731$, ma lo vedremo meglio in seguito.

Il Tempo Solare - 3

2) Per quanto riguarda la **non-uniformità** del tempo solare, si noti innanzitutto che mentre il tempo siderale riflette solo la rotazione diurna (più il piccolo effetto di precessione che qui trascuriamo) , quello solare ha **origine da due fenomeni concomitanti ma indipendenti**, cioè la rotazione diurna e la rivoluzione annua (i due fenomeni non sono del tutto disaccoppiati in virtù degli effetti di precessione e nutazione, ma qui possiamo trascurare questo lieve accoppiamento).

Questa indipendenza è alla radice delle difficoltà di costruire calendari basati sul Sole e su un numero intero di giorni, come vedremo in dettaglio.

Dato che :

$$T_{\square} = HA_{\square} + 12^h$$

e che

$$HA_{\square} = TS - \alpha_{\square},$$

risulta:

$$T_{\square} = TS - \alpha_{\square} + 12^h$$

Dunque , la **non-uniformità di T_{\square} deriva da quella di α_{\square}** .

La non-uniformità del Tempo Solare - 1

Siano allora λ_{\odot} , α_{\odot} , δ_{\odot} rispettivamente la longitudine eclittica, l'ascensione retta e la declinazione del Sole.

Ricaviamo facilmente le seguenti relazioni:

$$\sin \delta_{\odot} = \sin \lambda_{\odot} \sin \varepsilon \quad , \quad \tan \alpha_{\odot} = \tan \lambda_{\odot} \cos \varepsilon$$

Prendendo la derivata temporale della seconda e inserendo la prima, abbiamo:

$$\dot{\alpha}_{\odot} = \frac{\cos \varepsilon}{1 - \sin^2 \lambda_{\odot} \sin^2 \varepsilon} \dot{\lambda}_{\odot} = \frac{\cos \varepsilon}{\cos^2 \delta_{\odot}} \dot{\lambda}_{\odot}$$

che comprende **entrambi** gli effetti prima citati, cioè la proiezione di un punto eclitticale sull'equatore, e la variabile velocità angolare sull'eclittica.

La non-uniformità del Tempo Solare - 2

E precisamente:

- lo stesso movimento di $\approx 1^\circ$ /giorno sull'eclittica si proietta sull'equatore in archi diversi a seconda della declinazione (cioè della data), da un valore minimo di $\cos \epsilon$ ($\approx 3^m 37^s$) al giorno agli equinozi a un valore massimo di $1/\cos \epsilon$ ($\approx 4^m 16^s$) al giorno ai solstizi. Dunque, per questo effetto di proiezione si ha una differenza di circa 39^s sulla durata del giorno.
- in virtù della II legge di Keplero, il Sole ha un moto diurno maggiore al perigeo che all'apogeo ($61'.1$, cioè $4^m 4^s$, al giorno il 2 gennaio, $57'.2$, cioè $3^m 49^s$, al giorno il 2 luglio). Dunque una differenza di circa 15^s per questo effetto di velocità angolare.

La non-uniformità del Tempo Solare - 3

La durata del giorno solare vero è dunque continuamente variabile, per due distinti motivi ***che sono tra loro sfasati nel tempo.***

Pertanto, il giorno solare più lungo capita a metà dicembre, e dura circa $24^{\text{h}}00^{\text{m}}30^{\text{s}}$, circa 53^{s} più del giorno più corto che capita attorno all'equinozio di autunno. Sono differenze piccole, che però ***si accumulano*** nel corso dell'anno raggiungendo anche parecchi minuti prima di cambiare segno (vedremo tra breve l'Equazione del Tempo).

Costruzione di un tempo solare uniforme

Per costruire un tempo solare uniforme, seguendo Newcomb introduciamo due ipotetici soli dotati di moto uniforme:

- uno detto **fittizio** F_{\square} che si muova sull'eclittica (tale sole fittizio è anche chiamato Sole Medio Dinamico),
- uno detto **medio** M_{\square} che si muove sull'equatore.

Entrambi i corpi si muovono con la stessa velocità angolare uniforme:

$$n = 3548''.3/\text{giorno}$$

che è quella che deriva dalla lunghezza **dell'anno tropico** (cioè dall'intervallo di tempo tra due passaggi del Sole per γ).

Pertanto la longitudine di F_{\square} e la ascensione retta di M_{\square} cresceranno **uniformemente** con il tempo.

L'equazione del centro - 1

Per costruzione, il sole fittizio F_{\square} coincide con quello vero al perigeo Π (circa il 2 gennaio). La differenza

$$EC = \lambda_{\odot} - \lambda(F_{\odot})$$

tra le longitudini del Sole vero e fittizio è detta **equazione del centro EC** .

Tale differenza si può calcolare dalla equazione del moto del Sole sulla sua orbita. Si introduca a tal fine la quantità ausiliaria detta

$$\text{anomalia media } M = n(t - t_0),$$

dove t_0 è l'istante del passaggio del Sole per Π (cioè circa il 2 gennaio). Essendo (e , v) rispettivamente l'eccentricità dell'orbita e l'anomalia vera, si possono dimostrare le seguenti relazioni (si veda il Problema dei Due Corpi):

$$\lambda_{\odot} = \lambda(\Pi) + v \approx \lambda(\Pi) + M + 2e \sin M$$

$$\lambda(F_{\odot}) = \lambda(\Pi) + M = \lambda(\Pi) + n(t - t_0)$$

L'equazione del centro - 2

da cui ricaviamo per differenza l'equazione del centro:

$$EC = \lambda_{\odot} - \lambda(F_{\odot}) \approx 2e \sin M = 0.03345 R' \sin M = 115' \sin M$$

Si noti la grande ampiezza dell'equazione del centro: il centro del sole vero differisce dal Sole fittizio per una quantità che può arrivare a oltre 3 diametri solari, come già aveva determinato Ipparco.

Calcoliamo ora la derivata temporale di $\dot{\lambda}_{\odot}$

$$\dot{\lambda}_{\odot} = n(1 + 2e \cos M + \dots) = 3548''.3 + 118''.7 \cos M + \dots$$

Conoscendo M in funzione della data (approssimativamente, $M = 0^\circ$ il 2 gennaio, $= 90^\circ$ il 3 aprile, $= 180^\circ$ il 2 luglio, $= 270^\circ$ l'1 ottobre), possiamo calcolare la variazione di velocità angolare del sole vero sull'eclittica con la data.

La riduzione all'equatore

Consideriamo poi la relazione tra la longitudine del Sole e la sua ascensione retta

$$\tan \alpha_{\odot} = \tan \lambda_{\odot} \cos \varepsilon$$

Usando la già vista equazione trascendente $\tan x = m \cdot \tan y$, troviamo i seguenti sviluppi in serie (che vengono detti anche **riduzione all'equatore**):

$$\begin{aligned}\alpha_{\odot} &= \lambda_{\odot} + \frac{\cos \varepsilon - 1}{\cos \varepsilon + 1} \sin 2\lambda_{\odot} + \frac{1}{2} \left(\frac{\cos \varepsilon - 1}{\cos \varepsilon + 1} \right) \sin 4\lambda_{\odot} + \dots \\ &= \lambda_{\odot} - 148'.1 \sin 2\lambda_{\odot} + 3'.2 \sin 4\lambda_{\odot} + \dots\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\alpha_{\odot} &= \lambda(\Pi) + \nu \approx \lambda(\Pi) + M + 2e \sin M - \tan^2 \frac{\varepsilon}{2} \sin 2(\lambda(\Pi) + M) + \dots \\ &= A_0 + nt + 460^s.3 \sin n(t - t_0) - 592^s.2 \sin 2(A_0 + nt) + \dots\end{aligned}$$

che è serie con periodi di 12, 6, 4 etc. mesi. I coefficienti dipendono dal valore dell'obliquità dell'eclittica ε , e dunque variano lentamente nel tempo.

L'equazione del tempo - 1

Consideriamo ora il sole medio M_{\square} sull'equatore.

Quando il Sole Fittizio F_{\square} incontra l'equatore in γ provenendo da Π (qualche tempo dopo il Sole vero), si faccia partire da γ il Sole Medio M_{\square} con identico moto uniforme n .

I due ipotetici Soli coincideranno di nuovo in Ω .

Dunque, a ogni istante si avrà:

$$\lambda(F_{\odot}) = \alpha(M_{\odot})$$

Finalmente, si calcoli **l'equazione del tempo E**, cioè la differenza:

$$\begin{aligned} E &= \alpha(M_{\odot}) - \alpha_{\odot} = -460^s.3 \sin n(t - t_0) + 592^s.2 \sin 2(\lambda(\Pi) + M) + \dots = \\ &= A \sin \lambda(F_{\odot}) + B \cos \lambda(F_{\odot}) + C \sin 2\lambda(F_{\odot}) + D \cos 2\lambda(F_{\odot}) + \\ &+ E \sin 3\lambda(F_{\odot}) + F \cos 3\lambda(F_{\odot}) + G \sin 4\lambda(F_{\odot}) + \dots \end{aligned}$$

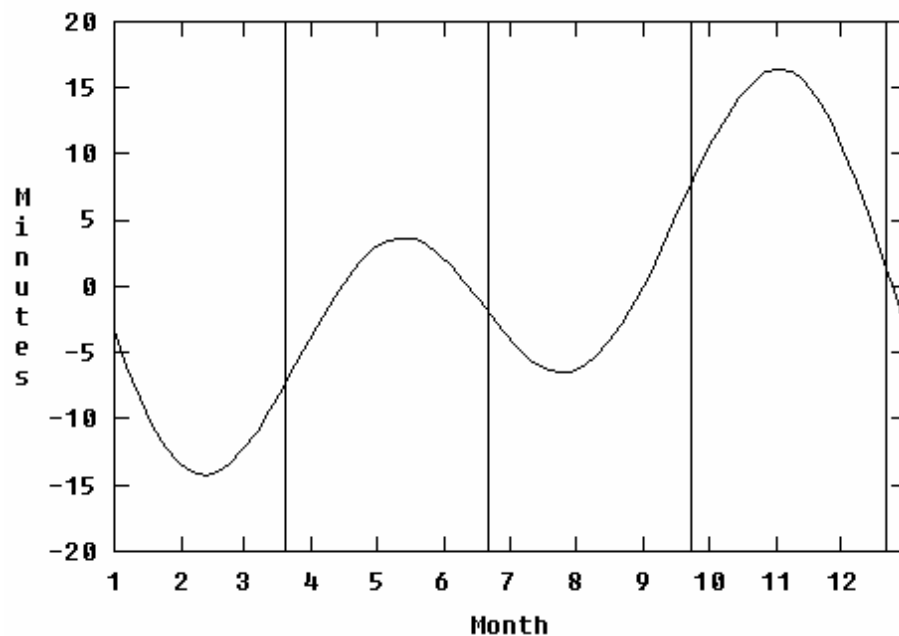
(si noti che alcuni autori usano il segno opposto a questo).

L'equazione del tempo - 2

L'equazione del tempo **E**:

$$E = \alpha(M_{\odot}) - \alpha_{\odot} = -460^s.3 \sin n(t - t_0) + 592^s.2 \sin 2(\lambda(\Pi) + M) + \dots$$

è dunque una funzione abbastanza complicata della data (vedi figura). Il suo valore è = 0 quattro volte all'anno, cioè agli inizi di aprile, a metà di giugno, ai primi di settembre, verso Natale. Il massimo valore di circa $+16^m$ si raggiunge ai primi di novembre, il minimo di -14^m a metà febbraio. I valori esatti variano di pochi secondo di anno in anno, con un comportamento periodico causato dalla presenza di un **anno bisestile** (come il 2008).



Il Tempo Solare Medio

Per ogni particolare sito, la differenza tra l'ascensione retta del Sole Medio e di quello vero sarà anche la differenza, cambiata di segno, tra i loro angoli orari: :

$$HA_{\square} - HA(M_{\square}) = -\alpha_{\square} + \alpha(M_{\square}) = E$$

L'**HA** del Sole Medio, **HA(M_☉)**, aumentata di 12^h per far iniziare il giorno a mezzanotte, si dice anche **Tempo Solare Medio T(M_☉) locale**:

$$T(M_{\odot}) = HA(M_{\odot}) + 12^h$$

L'intervallo di tempo tra due culminazioni superiori al meridiano locale del Sole Medio è dunque la definizione di **Giorno Solare Medio** (indicato con **j**).

Il **GSM** è diviso in 24h di 60m di 60s, unità con lo stesso nome ma **non con la stessa durata** di quelle di **TS**.

I differenti ritmi di TS e $T(M_{\odot})$ - 1

Dunque il Tempo Siderale TS e il Tempo Solare Medio $T(M_{\odot})$ hanno **origine e ritmo diversi**, ma lo **stesso grado di uniformità**, quello cioè della rotazione terrestre, dato che sono entrambi legati al passaggio in meridiano.

Ritroviamo il rapporto tra i due ritmi.

Diciamo **anno tropico** l'intervallo di tempo tra due consecutivi passaggi del Sole (a tutto rigore, di quello Medio) per l'equinozio, una quantità nota con altissima precisione dato che viene registrata da millenni a questa parte. Trascurando la lieve variazione secolare delle costanti di precessione, seguendo Newcomb abbiamo:

$$\begin{aligned} 1 \text{ anno tropico} &= 365.2421988 \text{ j} = 365^{\text{j}}05^{\text{h}}48^{\text{m}}45^{\text{s}}.975 = \\ &= 366.2421988 \text{ giorni siderali} \end{aligned}$$

dato che dopo 1 anno tropico è passato esattamente un giorno siderale in più.

I differenti ritmi di TS e $T(M_{\odot})$ - 2

Dunque:

$$\text{ritmo } TS = 1 + 1/365.2421988 = 1.002737909 \text{ ritmo } T(M_{\square})$$

$$\begin{aligned} \text{ritmo } T(M_{\square}) &= 1 - 1/366.2421988 = 1 - 0.002730434 = \\ &= 0.997269566 \text{ ritmo } TS \end{aligned}$$

$$24^h T(M_{\square}) = 24^h 3^m 56^s.55537 TS,$$

$$24^h TS = 23^h 56^m 04^s.09053 T(M_{\square})$$

$$1^s T(M_{\square}) = 1^s.0027379 TS, \quad 1^s TS = 0^s.9972696 T(M_{\square})$$

Il Tempo Universale UT

In particolare, il Tempo Solare Medio a Greenwich si chiama Tempo Universale **UT** (usiamo la designazione inglese, Universal Time):

$$UT = HA(M_{\odot})(\text{Greenwich}) + 12^h$$

Per un altro sito avente longitudine Λ espressa in ($^h \ ^m \ ^s$), si avrà:

$$T(M_{\square}) = UT \pm \Lambda$$

dove il segno è + se il sito è a Est di Greenwich, è - se il sito è a Ovest.

Determiniamo ora la relazione tra il Tempo Universale e l'**origine** di quello Siderale. Seguendo Newcomb, la longitudine del Sole fittizio F_{\square} **non-aberrato** alle 12^h UT (mezzogiorno) del 1 gennaio 1900 valeva:

$$\lambda(F_{\square}) = 280^{\circ}40'56''.37 = 18^h42^m42^s.391$$

A quell'istante, quello era anche il valore del **TS a Greenwich.**

Si noti che in questa definizione **entra il Sole non-aberrato**, non quello apparente che è 20".5 dietro a quello.

Relazione tra TS e UT

Dopo un anno **giuliano** di $365^d.25$ (anno che oggi si preferisce all'anno tropico, si veda anche in seguito), il valore di TS aumenta di $86\,401^s.845$ (cioè di 1 giorno come nell'anno tropico, $86\,400^s$, più la differenza di durata dei due anni corrispondente a 0.0078 giorni, cioè $673^s.92 \times 0.0027379 = 1^s.845$). Per ancor migliore precisione, si deve inoltre tener conto della minuta variazione delle costanti di precessione.

Usando i valori correnti, e contando il tempo T in secoli giuliani di 36525 giorni a partire dal 1 gennaio 2000 alle 12^h UT (da **mezzogiorno**, non da mezzanotte!), l'espressione completa del TS medio alla mezzanotte di Greenwich è:

$$TS_G (0^h \text{ UT}) = 6^h 41^m 50^s.5481 + 8\,640\,184^s.812866 \cdot T + \\ + 0^s.093104 \cdot T^2 - 6^s.2 \cdot 10^{-6} \cdot T^3$$

dove gli ultimi due termini derivano dalla variazione delle costanti precessionali. A tutto rigore, il tempo T dovrebbe essere espresso nella **scala UT1**, che discuteremo tra breve, ma la differenza in questo contesto può essere ignorata.

Il Giorno Giuliano (JD)

Per terminare la discussione della unità di tempo '**giorno**', si ricordi che in astronomia si usa contare il passaggio del tempo in Giorni Solari Medi a partire da una data iniziale, che fu fissata da Giusto Scaligero a **mezzogiorno** (non mezzanotte!) del 1 gennaio 4713 a.C. (in Cronologia, l'anno 0 non esiste, dunque 4713 a.C. = - 4712).

Questo sistema di datazione si esprime in **Giorni Giuliani** (JD). L'epoca fondamentale delle effemeridi odierne è il **1 gennaio 2000 alle ore 12 UT**, che si indica J2000.0 e che corrisponde a:

$$J2000.0 = JD\ 2451545.0$$

per cui a un giorno JD corrisponde una data giuliana

$$J = J2000.0 + (JD - 2451545)/365.25$$

Fino al 1984 si usava però un anno besseliano. Le corrispondenti relazioni verranno indicate più avanti.

Il Giorno Giuliano Modificato (MJD)

Per non tirarsi dietro troppi decimali, e *iniziare il giorno a mezzanotte*, è stato introdotto un Giorno Giuliano Modificato (MJD) che inizia il 1858 Novembre 17.0, cioè quando il JD era esattamente 240000.5:

$$\text{MJD} = \text{JD} - 240000.5$$

La scala JD fornisce un riferimento continuo di tempo.

Ma ovviamente la scala è altrettanto uniforme del giorno solare medio, e dato che la durata del giorno è variabile, come vedremo tra breve, il JD non è interamente soddisfacente per scopi dinamici su intervallo di millenni.

Anno tropico e anno besseliano- 1

Come abbiamo visto, la rivoluzione annua della Terra definisce la scala di tempo '**anno**', che può essere definito in vari modi:

-Anno **tropico**: l'intervallo di tempo tra due passaggi del Sole per γ , quello cioè necessario perché **l'AR del Sole aumenti di 360°** .

La **durata** dell'anno tropico è $365^j.24219879 - 0^j.00000614 \cdot T$, essendo **T** in secoli giuliani di 36525 anni a partire dal 1 gennaio 1900 a 12^h UT. Il secondo termine deriva dalla variazione della costante di precessione in AR. Dopo un secolo, la durata dell'anno tropico sarà diminuita di 0^s.53. Se **l'origine** dell'anno tropico è fissata all'istante in cui la **longitudine** del Sole fittizio (aberrato) è 280° , si ha l'anno **besseliano B**, che è stato fino al 1984 l'anno usato in tutte le applicazioni.

Anno tropico e anno besseliano - 2

L'inizio dell'anno besseliano è sempre entro 1 giorno dalla **mezzanotte** del 31 dicembre. In realtà c'è una lieve differenza di durata:

$$\text{durata anno besseliano} = \text{durata anno tropico} - 0^s.148 \cdot T'$$

essendo T' in *secoli tropici* dal 1900.0. La differenza dipende dal fatto che l'anno besseliano è più propriamente l'intervallo di tempo necessario perché la *longitudine* del Sole fittizio ritorni a essere 280° .

Il 1950 gennaio 1, alle 12^h UT, corrisponde a JD = 2433283.0, e così:

$$B1950.0 = \text{JD } 2433282.423, \quad .$$

La relazione inversa è:

$$\text{data besseliana } B = B1900.0 + (\text{JD} - 2415020.31352)/365.2422$$

Il calendario giuliano

Il calendario civile adottato in molti paesi è basato sulla lunghezza dell'anno tropico, dato che le stagioni seguono il corso del Sole sull'eclittica. Tuttavia, tale lunghezza non è espressa da un numero intero, e nemmeno da un numero razionale. Esistono varie soluzioni nelle varie civiltà.

A Roma, circa nel 46 a.C. Giulio Cesare accettò il suggerimento di Sosigene di aggiungere un giorno al mese più corto (febbraio) ogni 4 anni. Questo quarto anno si dice **bisestile**. Nella prima applicazione di tale regola si dovettero sopprimere 90 giorni, ma la situazione rimase confusa per molti anni. L'estensione del calendario giuliano nel passato (prima della sua adozione) si dice anche '**calendario prolettico**'.

Siccome in Cronologia non esiste l'anno 0, e si passa direttamente dall'1 a.C. all'1 d.C., per fare calcoli di intervallo di tempo tra due eventi di cui uno prima e uno dopo la nascita di Cristo, si deve intendere che l'anno 1 a.C. è l'anno 0, l'anno 2 a.C. è l'anno -1 e così via. L'anno 0 si considera bisestile.

La riforma gregoriana

Con la riforma **giuliana**, la durata dell'anno, mediata su 4 anni, divenne esattamente di 365.25 giorni solari medi.

Ma questo valore implica un errore di 8 giorni dopo 1000 anni.

Dopo un ulteriore aggiustamento del Concilio di Nicea (325 d.C.), finalmente nel 1582 il Papa Gregorio XIII decretò di:

- **sopprimere 10 giorni**, saltando direttamente da giovedì 4 Ottobre 4 a venerdì 15 Ottobre.
- rendere **bisestili solo gli anni secolari divisibile per 400**, e dunque il 1600 e il 2000, ma non il 1700, 1800 e 1900: pertanto, in un ciclo di 400 anni ci sono solo 97 anni bisestili, e la durata media mediata su 400 anni dell'anno gregoriano è di 365.2425 giorni solari medi. Siccome in 400 anni ci sono 146097 giorni, un numero divisibile per 7, il calendario Gregoriano si ripete esattamente a ogni ciclo di 400 anni. Tuttavia, anche il valore 365.2425 è solo una approssimazione, per cui verso il 4000 si sarà guadagnato un giorno. A ciò si potrebbe porre rimedio considerando il 4000 come anno normale e non bisestile.

L'anno giuliano J

Fino al 1984, l'anno tropico (e in particolare quello besseliano) è stata l'unità fondamentale di misura dell'anno, ma poi l'IAU ha decretato di adottare **l'anno giuliano** di $365^{\text{j}}.25$ (o i secoli giuliani di 36525^{j}), e di muovere l'epoca fondamentale al J2000.0 **mezzogiorno** (non mezzanotte!) = 2000 gennaio 1^d.5 **UT** (o meglio UT1, si veda dopo).

Dunque la mezzanotte dell'1 gennaio 1950, che è l'inizio dell'anno civile 1950, e che differisce di $1^{\text{h}}51^{\text{m}}$ dal B1950.0, corrisponde esattamente a $18262^{\text{j}}.5$ giorni prima dell'epoca fondamentale.

Con l'adozione dell'**anno giuliano** si sono raggiunti due vantaggi, cioè la **durata fissa** e la coincidenza dell'origine del calendario astronomico con il **Giorno Giuliano**.

L'anno siderale

Si dice **anno siderale** l'intervallo di tempo tra due passaggi del Sole su una stella eclitticale priva di moto proprio. Dunque l'anno siderale è più lungo di quello tropico dell'ammontare della precessione di γ lungo l'eclittica, cioè di circa $(1296000'' - 50''.4)/1296000'' = 20^m 24^s$ (che sono 35000 km lungo l'orbita terrestre).

Dunque la durata dell'anno siderale è $365^j.25636$, che non è un valore misurato ma ricavato da quello dell'anno tropico. Il moto solare medio riferito alle stelle fisse è allora pari a:

$$n_{\text{sid}} = 1296000''/365^j.25636 = 3548''.1928''/j,$$

il cui valore non dipende più da quello della costante di precessione, ed è perciò uniforme tanto quanto la rotazione diurna.

L'anno anomalistico

Si dice **anno anomalistico** l'intervallo di tempo tra due passaggi consecutivi del Sole **al perigeo**. La direzione del semiasse maggiore dell'orbita terrestre (detta anche linea degli *apsidi*) non è fissa nello spazio inerziale, precessa nella stessa direzione della rivoluzione annua (causa le perturbazioni planetarie) di circa $11''.63/\text{anno}$. Dunque la longitudine del perigeo, riferita all'equinozio mobile, aumenta di circa $11''.6 + 50''.3 = 61''.9/\text{anno}$. L'anno anomalistico è dunque più lungo dei precedenti, dura circa $365^{\text{j}}.25964$, con una accelerazione secolare di $0.263^{\text{s}}/\text{secolo}$.

Si vede facilmente che perigeo e equinozio coincidono ogni 21000 anni: siccome la **durata delle stagioni** dipende dalla distanza tra equinozio e perigeo, la conseguenza è una loro apprezzabile variazione, a livello di un'ora al secolo.

Inizio e durata delle stagioni - 1

L'anno tropico determina la successione delle stagioni. Per l'epoca B1950.0 si aveva:

$$\lambda_{\odot} = 282^{\circ}04'30'' + M + 115' \sin M + \dots$$

$$M = 3548''.3(t - t_0)$$

$$t_0 = 1950 \text{ gennaio } 3.02$$

Le stagioni partono quando $\lambda_{\square} = 0^{\circ}$ (primavera), $= 90^{\circ}$ (estate), $= 180^{\circ}$ (autunno), $= 270^{\circ}$ (inverno). Siccome non c'è bisogno di alta precisione, per trovare i corrispondenti valori di M e di t possiamo ignorare il termine in $\sin M$.

Possiamo poi ripetere i calcoli per altri anni inserendo gli opportuni valori iniziali, e ottenendo i dati della seguente Tabella.

Inizio e durata delle stagioni - 2

stagione	Inizio (1950)	Durata (giorni)	inizio (2000)	Inizio (2096)
primavera	21.2 Marzo	92.81	20.3 Marzo	19.5 Marzo
estate	22.0 Giugno	93.62	21.0 Giugno	20.1 Giugno
autunno	23.1 Sett.	89.82	22.7 Sett.	21.9 Sett.
inverno	22.4 Dic.	89.00	21.5 Dic.	20.9 Dic.

Nel 2096 si hanno le date più basse. Si noti anche che la durata delle stagioni non è uguale; in particolare l'estate e la primavera (nell'emisfero Nord) durano ben 7 giorni di più che nell'emisfero Sud. D'altra parte ciò avviene quando la Terra è più distante dal Sole; all'afelio la Terra riceve circa il 7% di calore in meno che al perielio. Tuttavia, la temperatura della Terra è di circa 2 C maggiore all'afelio che al perielio, e ciò avviene perché l'emisfero Nord è più ricco di terre (bassa capacità termica), l'emisfero Sud più ricco di mari (alta capacità termica). Per assicurare l'equilibrio termico servono dunque efficienti trasporti di calore, sia con le correnti marine che con i venti.

Anno draconico e anno gaussiano

Citiamo due altri anni: quello **draconico** (o draconitico) e quello **gaussiano**.

- **anno draconico**: l'intervallo di tempo tra due passaggi del Sole per il nodo ascendente dell'orbita lunare. E' collegato con l'occorrenza delle eclissi. A causa del moto retrogrado dei nodi dell'orbita lunare, questo è l'anno più corto, la sua durata è di 346^j.6201.

- **anno gaussiano**: deriva dalla terza legge di Keplero. E' il periodo di rivoluzione di un corpo senza massa (cioè senza perturbazioni dai pianeti) che rivolva attorno al Sole in orbita circolare di raggio 1 UA. Il suo valore è di 365^j.25690 .

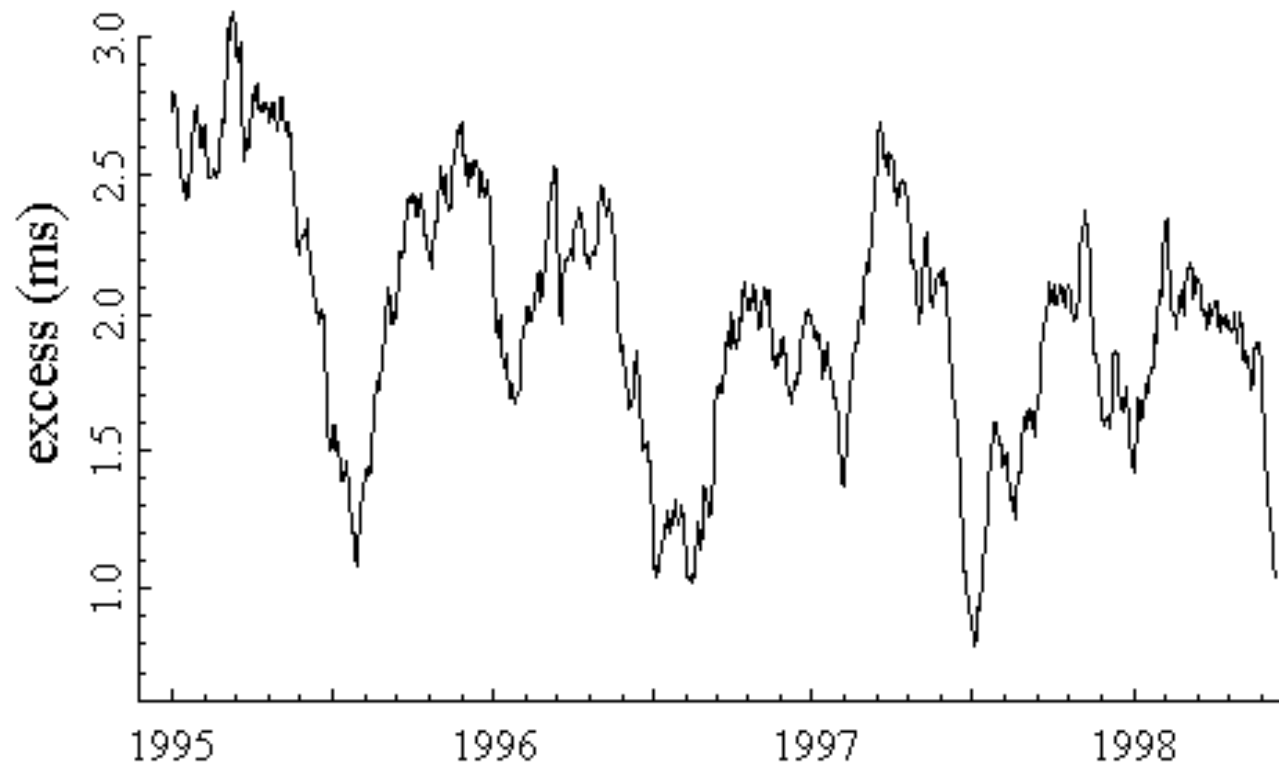
Il tempo dinamico

Introduciamo ora nella discussione le non uniformità della rotazione della Terra, che si trasferiscono alla non uniformità sia di **TS** che di **TU**.

Supponiamo di aver rimosso le non uniformità dovute alle variazioni delle costanti precessionali, in modo da concentrarci sulla sola rotazione. Possiamo distinguere tre tipi di irregolarità:

- Un rallentamento secolare, che implica un allungamento del giorno solare medio di circa 2 ms/secolo, parzialmente ma non totalmente giustificabile con la dissipazione di energia rotazionale nelle maree. Siccome questo effetto si accumula nei millenni, l'integrale arriva a varie ore su fenomeni che avvennero molto tempo fa, ad es. sull'istante delle prime eclissi di cui si hanno registrazioni circa 6000 anni fa. A loro volta, tali datazioni permettono di risalire alla variazione della lunghezza del giorno.
- Variazioni stagionali di origine meteorologica, periodiche con periodi di mesi e con ampiezze di alcuni millisecondi .
- Fluttuazioni irregolari di natura geofisica, che implicano un trasferimento di massa ad es. tra nucleo e mantello.

Le irregolarità del giorno



Fluttuazioni della durata del giorno, espresse come eccesso a 86400 SI, dal 1995 al 1998 (adattato dal sito web dell'IERS).

Le varie realizzazioni del TU

Diciamo UT0 il TU apparente, quello determinato dal TS locale e dalla longitudine. Non può essere usato in lavori di alta precisione causa il moto polare, che si può però rimuovere con una correzione del tipo:

$$UT1 = UT0 - (u_x \sin \Lambda + u_y \cos \Lambda) \tan \phi'$$

dove (u_x, u_y) sono le coordinate del polo in unità di tempo, e Λ, ϕ' sono la longitudine e latitudine geocentrica. **Dunque UT1 è il tempo indipendente dall'osservatorio**, quello che dovrebbe entrare nelle formule precedenti. UT1 è determinato e mantenuta dall'IERS. Benché molto più uniforme di UT0, UT1 è ancora affetto dalle non uniformità della rotazione (rimuovendone alcune componenti periodiche si ottiene UT2, che però non viene usato in astronomia), e dunque non del tutto soddisfacente per applicazioni dinamiche di alta precisione.

Il Tempo delle Effemeridi ET - 1

Per realizzare un tempo davvero uniforme, si potrebbe ricorrere alla definizione di Newcomb del Sole medio, sia come origine che come ritmo. La longitudine geometrica media del Sole è:

$$\lambda = 279^{\circ}41'48''.04 + 129602768''.13T + 1''.089T^2$$

in cui T è espresso in secoli giuliani dal 1900, 0 gennaio 12^h UT. Questa formula costituisce la formale definizione del tempo delle effemeridi **ET**, il cui ritmo è dato dal coefficiente di T , e che ha una piccola accelerazione precessionale.

Il Tempo delle Effemeridi ET - 2

Il secondo di ET è definito dal numero ***N*** di secondi nell'anno tropico 1900:

$$N = \frac{1296000 \times 35525 \times 86400}{129602768.13} = 31556925.9747$$

In altre parole, 1 secondo **ET** è la frazione $1/N$ della lunghezza dell'anno tropico 1900.

Dunque, a questo stadio dovremmo ridefinire l'epoca iniziale come 12^h **ET**, non UT. A posteriori però vediamo che Newcomb ha definito due Soli Medi diversi, uno la cui Ascensione Retta cresce uniformemente con UT, e uno la cui Ascensione Retta cresce uniformemente con **ET**: solo se la rotazione della Terra fosse rigorosamente uniforme i due Soli coinciderebbero con lo stesso punto matematico.

Debolezze di ET

Per liberare ET, la cui origine è la sola rivoluzione annua, dal rallentamento della rotazione terrestre dovremmo introdurre un meridiano di Greenwich mobile (*meridiano delle effemeridi*), in lentissimo movimento verso Est rispetto a quello geografico. L'Angolo Orario di γ rispetto al meridiano delle effemeridi sarebbe allora il TS delle Effemeridi. I due meridiani sono assunti coincidenti nel 1902, e oggi sono circa 2" uno dall'altro.

Inoltre c'è un problema pratico. Mentre UT può essere ottenuto da osservazioni al cerchio meridiano, ET deve essere derivato dalla longitudine del Sole, il cui movimento tuttavia è troppo lento per fornire un buon orologio. La Luna sarebbe molto migliore, per cui *ET si può meglio identificare con la variabile 'tempo dinamico' che entra nelle effemeridi della Luna*. Ma allora la conoscenza di ET implicherebbe un gran lavoro di riduzione dati, e la differenza UT-ET si conoscerebbe solo a posteriori e sarebbe affetta dalle incertezze dell'orbita lunare.

Infine, ET è pur sempre un tempo pre-relativistico.

Dunque **ET**, che fu introdotto negli Almanacchi nel 1960, dal 1984 non viene più pubblicato, anche se mantiene ancora una certa utilità.

Il Tempo Atomico Internazionale TAI - 1

Nelle precedenti sezioni, il tempo è stato definito, o derivato matematicamente, dai movimenti dei corpi celesti.

Dal 1955 è disponibile ***un tempo di laboratorio*** di altissima uniformità, cioè il tempo atomico internazionale, in francese le ***Temps Atomic International TAI***, ufficialmente adottato nel 1972. Il TAI è definito dalla radiazione prodotta da due livelli iperfini del livello fondamentale dell'atomo di Cesio, quando l'atomo sia lontano da campi magnetici e a livello del mare. La frequenza di questa transizione risonante è 9192631770 Hz, con una stabilità di circa 2×10^{-13} .

Questa transizione definisce il Secondo Internazionale SI, che sempre per definizione è uguale al secondo delle effemeridi **ET**. La durata del giorno solare medio è allora uguale a 86400 SI.

Il Tempo Atomico Internazionale TAI - 2

In pratica, circa 200 stazioni ben distribuite sulla Terra mantengono TAI a meglio di 1 nanosecondo al giorno, e lo distribuiscono via radio e sistemi di navigazione (tipo Loran-C, Omega, Glonass, GPS, e in futuro GALILEO). In Italia abbiamo l'INRIM di Torino (ex Istituto Galileo Ferraris) e l'Osservatorio Astronomico di Cagliari (INAF)

Per quanto riguarda l'origine del TAI, per accordo internazionale il suo punto zero è all'epoca 1958 gennaio 1, a 0h UT2. Questa decisione comportò un offset tra ET e TAI pari a:

$$\text{ET} = \text{TAI} + 32^{\text{s}}.184.$$

Il Terrestrial Dynamic Time TT

Adottando il TAI come la scala di tempo fondamentale, la quantità

$$\text{TDT} = \text{TAI} + 32^{\text{s}}.184$$

fu detta Terrestrial Dynamic Time, TDT, e dal 1986 è l'argomento tabulare delle effemeridi dei corpi celesti. Dal 2000 TDT è indicato semplicemente con TT. **TT mantiene dunque la continuità con ET**, la sua realizzazione pratica non dipende più da alcun tipo di osservazione astronomica, ma solo da orologi di laboratorio.

Il TAI (e così anche il TT) sono certamente molto uniformi. Tuttavia, la Relatività Generale prevede che essi varino con il campo gravitazionale in cui è immerso l'atomo. Dunque il TAI deve essere interpretato come **tempo proprio**.

Invece, nelle equazioni differenziali della Meccanica deve entrare un tempo davvero inerziale, o **tempo delle coordinate**, che tenga conto della posizione e velocità dell'osservatore rispetto al baricentro del sistema solare. Questo ideale tempo dell'osservatore inerziale è detto **Tempo Dinamico del Baricentro (TDB)**.

Il Tempo Dinamico del Baricentro TDB

La differenza TT-TDB è espressa da termini puramente periodici.

Se è sufficiente la precisione di 1 microsecondo, si può usare la seguente espressione:

$$\text{TDB} - \text{TT} =$$

$$= 1.658 \times 10^{-3} (\sin E + 0.0368) + 2.03 \times 10^{-6} \cos \phi' (\sin(\text{UT} + \Lambda) - \sin \Lambda) + \dots$$

dove E è l'anomalia eccentrica del Sole (vedi il problema dei Due Corpi per la definizione di E), e ϕ' , Λ sono latitudine e longitudine dell'orologio.

Se ci si accontenta del millisecondo, non c'è differenza tra TDB e TT, per cui si usa talvolta la dizione TD (tempo dinamico)

Il Tempo Universale Coordinato UTC - 1

Alla fine però ciò che conta per l'astronomo (e anche per il navigatore) sulla terra, è il **vero angolo di rotazione della Terra** (oggi fornito dagli Almanacchi e indicato con θ), cioè UT nelle sue varie realizzazioni.

Dunque, per accordo internazionale viene trasmesso un tempo che **ha sempre il ritmo di TAI**, ma la cui **origine** coincide entro 900 ms con quella di UT1. Questo tempo ibrido è detto UTC (Coordinated Universal Time).

Siccome UT non è uniforme, UTC non può essere una funzione continua. A seconda delle necessità viene aggiunto (o tolto, ma in pratica ciò non è ancora successo dal 1972) un cosiddetto **secondo intercalare (leap second)** o all'inizio o a metà dell'anno corrente. In effetti, dal 1 gennaio 1999 fino al 2004 non ce n'è stato bisogno.

Si veda il **Bulletin C of the IERS**,

<http://www.iers.org/MainDisp.csl?pid=163-253>

Il Tempo Universale Coordinato UTC - 2

Benché discontinuo, UTC è un tempo estremamente preciso e gratuito, e sufficiente per molti scopi astronomici; tuttavia, almeno in linea di principio non è corretto misurare la ***durata di un evento*** dalla differenza tra gli istanti UTC di inizio e di fine.

I segnali che vengono trasmessi da IERS contengono anche la differenza UTC-UT1.

La differenza tra TT e UT

Anno	ΔT (s)	Anno	ΔT (s)
1620	+124	1950	+ 29.15
1630	+ 72	1960	+33.15
1700	+ 9	1970	+40.14
1750	+ 13	1975	+45.48
1800	+ 13.7	1980	+50.54
1850	+ 7.1	1985	+54.34
1885	-5.8	1990	+56.86
1900	- 2.72	1995	+60.78
1902	-0.02	2000	+64

$$\text{TT} = \text{TAI} + 32^{\text{s}}.184$$