

5 - Atmosfere Planetarie

Corso di Astrofisica Stelle e Pianeti 2007-08

Approfondimenti sono contenuti in un file word non ancora in forma definitiva, ma che può essere già utilizzato da chi fosse interessato.

Caratteristiche generali delle atmosfere planetarie

Esporrremo in questo capitolo alcune conoscenze di base sulle atmosfere planetarie, con alcune estensioni alle comete e agli asteroidi.

Tutti i pianeti del sistema solare, e alcune delle loro lune (la nostra Luna, i 4 pianeti medicei di Giove, Titano, Tritone, Encelado e altri ancora) hanno una atmosfera, in alcuni casi stabile e densa, in altri tenue e transiente.

Questa componente gassosa e' di solito legata gravitazionalmente al pianeta stesso, anche se una frazione puo' sfuggire per vari meccanismi, quali *l'agitazione termica e fenomeni non termici*.

La nostra Luna, Mercurio, le comete, hanno atmosfere del tutto *transienti*, che necessitano di meccanismi di formazione che ne compensino la perdita.

Differenze con le atmosfere stellari - 1

- a) le atmosfere stellari sono scaldate dal di sotto, quelle planetarie dal di **sopra** (Sole), con una notevole dipendenza dalla data, dall'ora, dalla longitudine e latitudine, ma anche dal **di sotto**. La situazione può essere molto complessa.
- b) Nel caso della Terra non possiamo trascurare il calore generato dalla **radiattività** delle rocce. Giove, Saturno e Nettuno mostrano una sorgente di **calore interno**, dovuto o al raffreddamento del nucleo o alla sua contrazione o a entrambe le cause. Effetti **mareali** possono contribuire al riscaldamento degli interni, ad es. sulla Terra, sulle lune Io e Europa (Giove), o Encelado (Saturno).
- c) la temperatura delle stelle più calde del tipo K impedisce la formazione di grandi quantità di molecole e favorisce una forte ionizzazione. La chimica delle atmosfere planetarie sarà invece dominata dalle **reazioni tra molecole**, principalmente neutre anche se non necessariamente sature (ad es. il radicale OH nell'atmosfera terrestre), ma anche le specie ionizzate debbono essere tenute in dovuto conto.

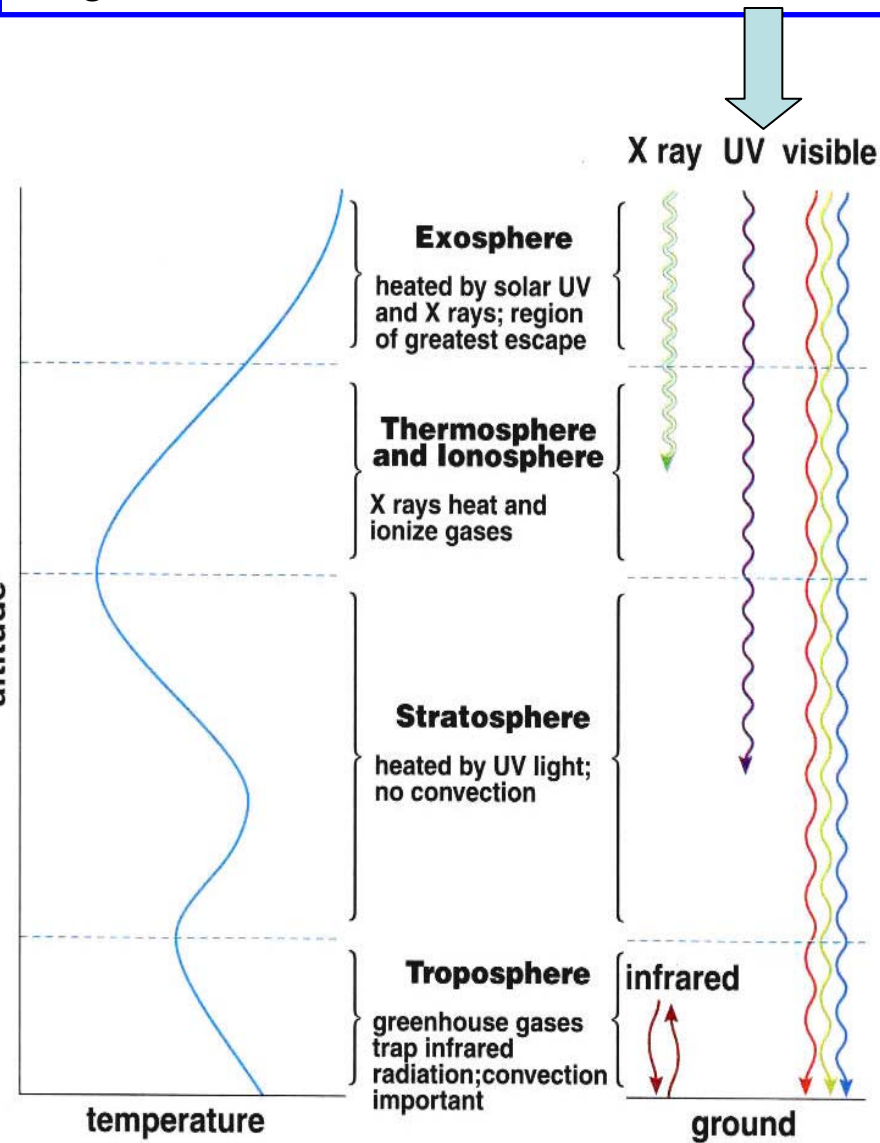
Differenze con le atmosfere stellari - 2

- d) nelle atmosfere delle stelle calde non ci aspettiamo la formazione di **nubi**, che invece sono tipiche di quelle di molti pianeti.
- e) mentre nelle atmosfere stellari l'approssimazione LTE dà risultati accettabili, in quelle planetarie il processo della diffusione della radiazione (**scattering**) non consente le semplificazioni permesse dal regime LTE. Dovemo quindi dedicare particolare attenzione a tutti i processi di scattering.
- f) la **convezione** è un meccanismo di trasporto dell'energia altrettanto importante di quello radiativo.
- g) nelle ionosfere sarà importante anche la **conduzione** assicurata dal gran numero di elettroni liberi.

Andamento della temperatura di una generica atmosfera planetaria con la quota

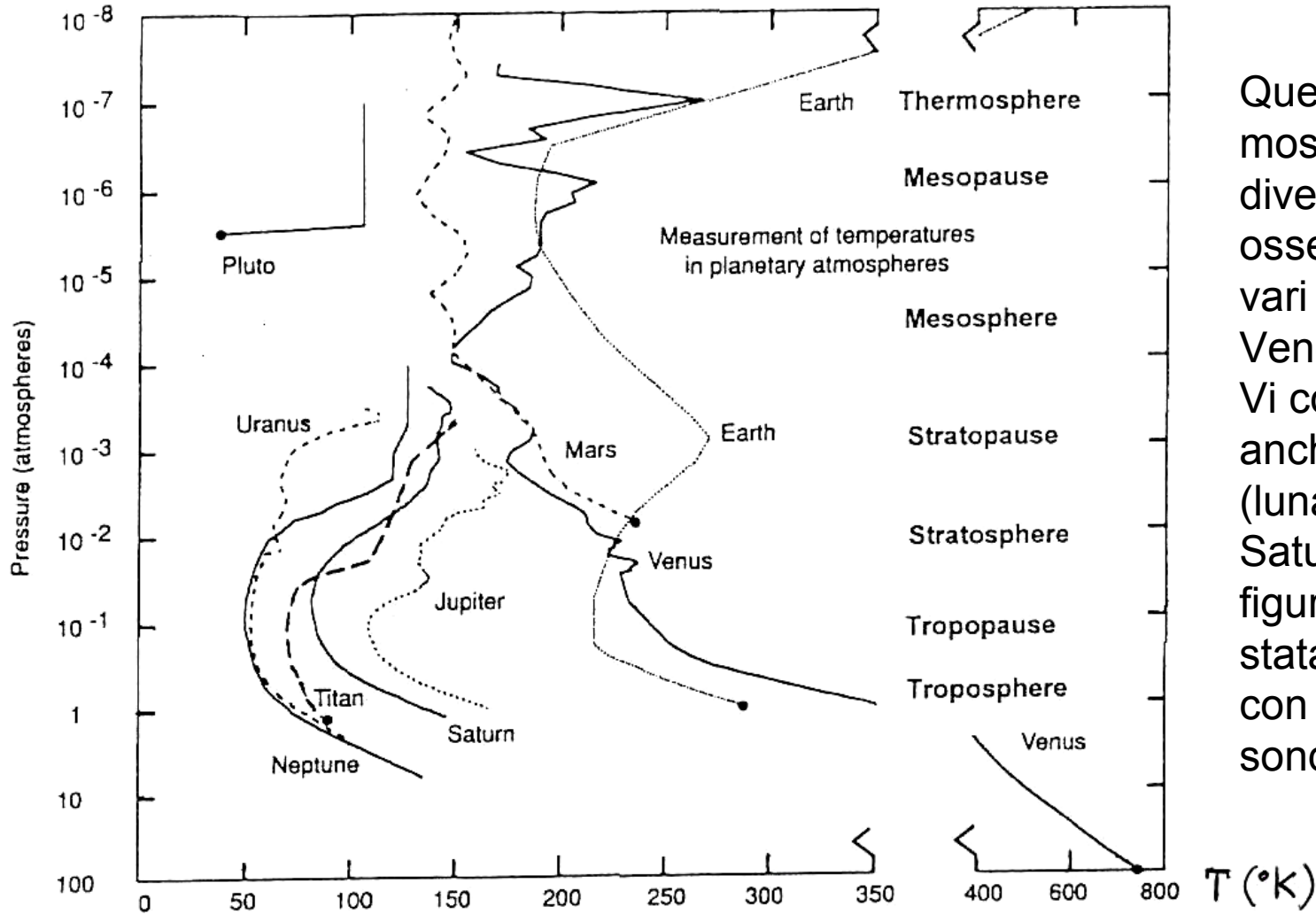
planetaria con la quota

Seguiamo il cammino della radiazione solare



- ancora sopra, la fotolisi dell'O₂ e la ionizzazione provocano un forte innalzamento di temperatura fino a 1000 K.
- nella *stratosfera* abbiamo un iniziale riscaldamento dovuto alla molecola dell'O₃ (ozono), fortemente assorbente l'UV solare e una frazione dell'IR, e poi un raffreddamento governato dalla percentuale di CO₂ (che in molte situazioni astrofisiche un potente regolatore della temperatura)
- Nella *troposfera* (dove troviamo la gran parte dell'H₂O, assente invece alle quote superiori), l'andamento della temperatura è governato assieme da *trasporto radiativo e convettivo*.

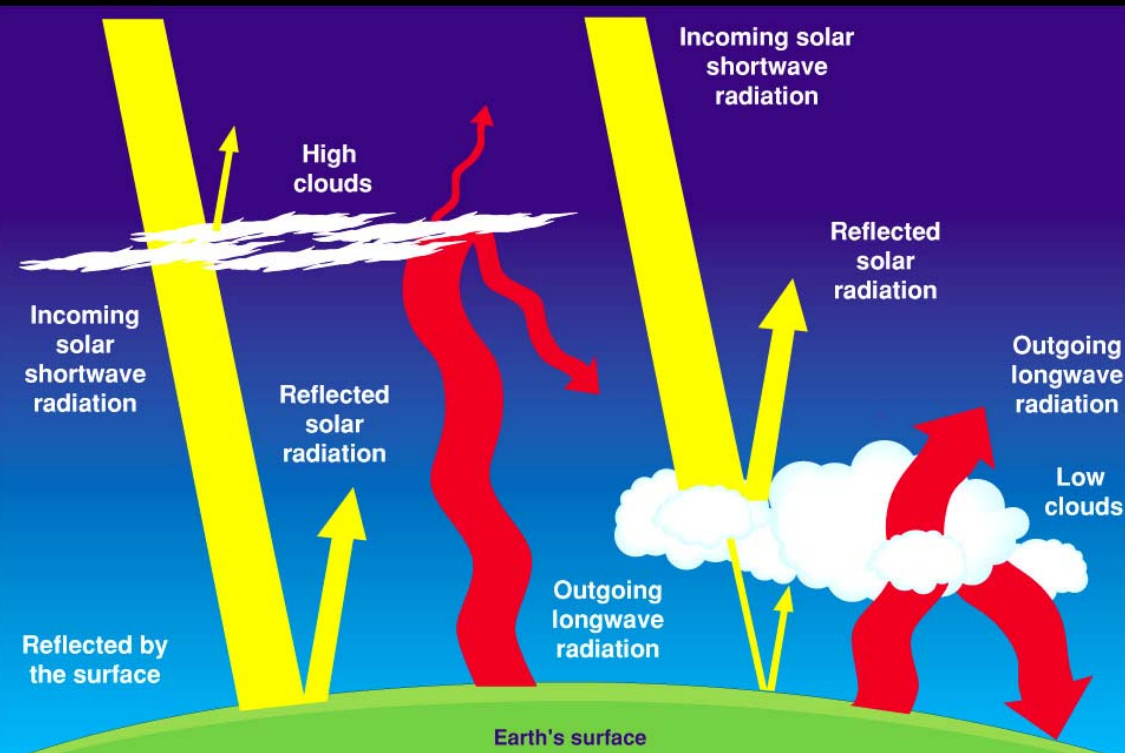
Profili osservati di temperatura



Questa figura mostra le diversità osservate tra i vari pianeti tra Venere e Urano. Vi compare anche Titano (luna di Saturno), ma la figura non è stata aggiornata con i dati della sonda Huygens.

Effetto delle nubi sulla atmosfera terrestre

Cloud Effects On Earth's Radiation



- circa il 40% della radiazione integrata (bolometrica) viene direttamente riflesso nello spazio,
- un altro 40% è assorbito dal suolo,
- il 18% è assorbito nella troposfera
- il 2% al di sopra di essa.

Per quanto riguarda l'irraggiamento dal suolo verso l'atmosfera, possiamo stimarlo in circa il 25% del flusso solare incidente dal di sopra.

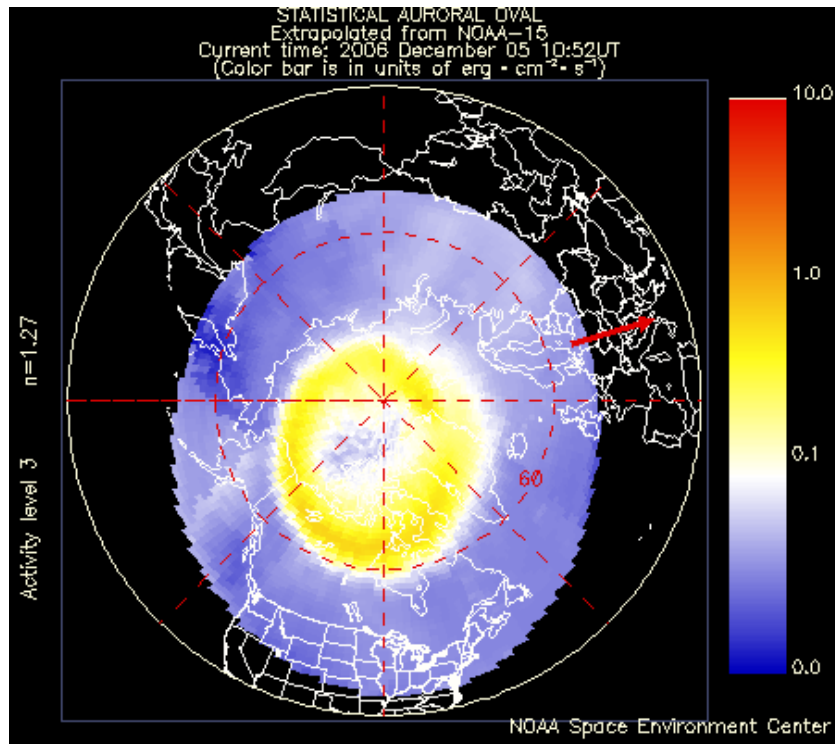
Bilancio termico complessivo

Nel bilancio termico complessivo andranno incluse altre componenti esterne al pianeta stesso:

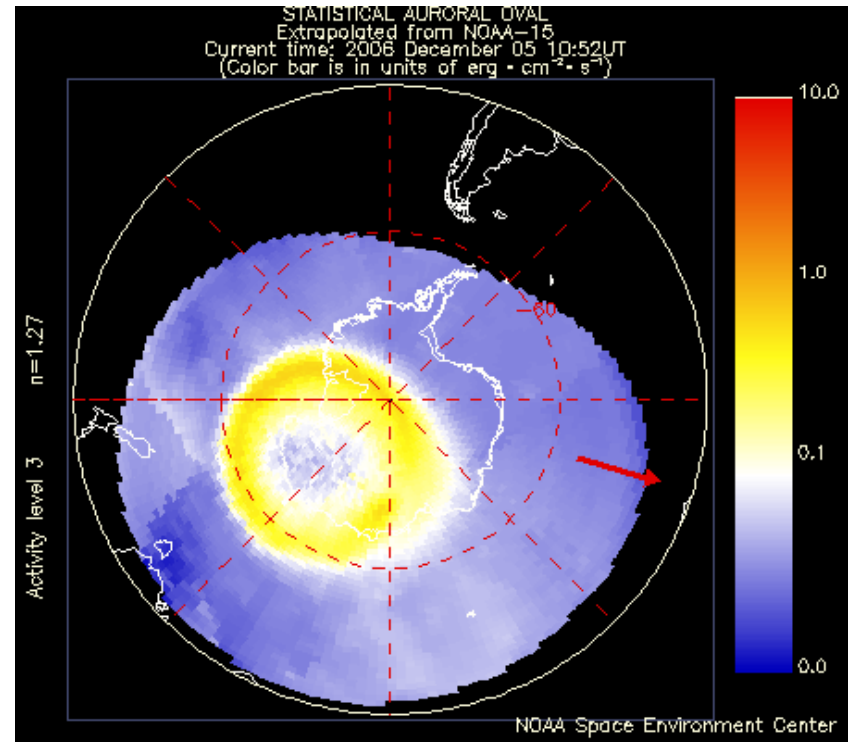
- cioè il flusso di **particelle ionizzate** dal Sole e dai raggi cosmici,
- la continua **pioggia di meteoriti**,
- possibili **componenti endogene** (ad es. radioattività delle rocce, sorgenti di calore interno)
- effetti mareali
- correnti ohmiche (aurore), etc.

Evidentemente gli effetti delle componenti ionizzate provenienti dall'esterno saranno governati dalla presenza o meno di un **campo magnetico planetario**.

Un esempio di aurore



Polo Nord



Polo Sud

I flussi sono colorati in una scale da 0 a 10 $\text{ergs} \cdot \text{cm}^{-2} \cdot \text{s}^{-1}$ (v. barra colorata di destra).

Immagini da <http://sec.noaa.gov/index.html>

Alcuni dati sui pianeti terrestri

	MERCURY	VENUS	EARTH	MOON	MARS	PLUTO
Mass ¹ (g)	3.302×10^{24}	4.865×10^{27}	5.974×10^{27}	7.349×10^{25}	6.419×10^{26}	1.32×10^{25}
Mass ¹ (Earth = 1)	0.0553	0.8150	1.000	0.0123	0.1074	0.002
Reciprocal mass ²	6,023,600	408,500	332,900	27,065,000	3,098,700	150,000,000
Equatorial radius (km)	2,440	6,052	6,378	1,738	3,396	1,150
Equatorial radius (Earth = 1)	0.382	0.949	1.000	0.272	0.532	0.180
Ellipticity ³	0.0	0.0	0.0034	0.002	0.0069	(0.0)
Mean density (g/cm ³)	5.43	5.20	5.52	3.34	3.91	(2.0)
Equatorial surface gravity (m/s ²)	3.70	8.87	9.78	1.62	3.69	0.66
Equatorial escape velocity (km/s)	4.4	10.4	11.2	2.4	5.0	1.1
Sidereal rotation period	58.6462 d	243.02 d	23.9345 h	27.3217 d	24.6230 h	6.3872 d
Obliquity (tilt of equator to orbit)	(0.1°) ⁴	177.4° ⁵	23.45°	6.67°	25.19°	119.6° ⁵

l'IAU (<http://www.iau.org/>) nell'agosto 2006 ha ridefinito la denominazione dei corpi del sistema solare. **Plutone non è più un pianeta**, ma il primo esemplare dei nuovi 'pianeti nani'. Il secondo pianeta nano è Eris, precedentemente conosciuto come 2003 UB313.

In queste lezioni **continueremo a considerare Plutone come un pianeta, sia per semplicità di esposizione che per la attuale mancanza di dati sicuri su questa nuova classe di oggetti del sistema solare.**

Alcuni dati sui pianeti gassosi

	JUPITER	SATURN	URANUS	NEPTUNE
Mass (g)	1.898×10^{30}	5.685×10^{29}	8.683×10^{28}	1.024×10^{29}
Mass (Earth = 1)	317.710	95.162	14.535	17.141
Reciprocal mass	1.048	3,499	22,910	19,314
Equatorial radius* (km)	71,492	60,268	25,559	24,766
Equatorial radius* (Earth = 1)	11.209	9.449	4.007	3.883
Ellipticity	0.0649	0.0980	0.0229	0.017
Mean density (g/cm ³)	1.33	0.69	1.318	1.638
Equatorial surface gravity (m/s ²)	23.12	8.96	8.69	11.00
Equatorial escape velocity (km/s)	59.5	35.5	21.3	23.5
Sidereal rotation (internal)	9.9250 h ⁷	10.6562 h ⁸	17.240 h ⁹	16.110 h ¹⁰
Obliquity (tilt of equator to orbit)	3.12°	26.73°	97.86° ⁵	29.56°

Temperatura di equilibrio - 1

Definiamo una utile **temperatura di riferimento**, cioè quella di **equilibrio**, che andrà confrontata da un lato a quella **effettiva** (cioè a quella del corpo nero di stesso raggio e irraggiante la stessa energia) e dall'altro a quella **misurata** o sul suolo di un pianeta terrestre o a una data pressione atmosferica in quelli gassosi. Sia r la distanza Sole – pianeta, e Δ quella pianeta-Terra.. L'**energia** (bolometrica) irraggiata dal Sole vale:

$$E_{\odot} = \sigma \cdot T_{\odot}^4 \cdot 4\pi R_{\odot}^2$$

Il **flusso** di radiazione che raggiunge il pianeta vale:

$$F_p = \frac{E_{\odot}}{4\pi \cdot r^2} = \frac{\sigma \cdot T_{\odot}^4 4\pi R_{\odot}^2}{4\pi \cdot r^2}$$

dove R_{\odot}/r è il raggio angolare del Sole visto dal pianeta.

Alla distanza di 1 UA (a Terra, fuori atmosfera) si ha:

$$F_{\oplus} = 1.37 \times 10^6 \text{ erg} \cdot \text{cm}^{-2} \cdot \text{s}^{-1} \approx 2 \text{ cal}/(\text{minuto} \cdot \text{cm}^2)$$

Globalmente, la Terra assorbe circa il 29% di questo flusso.

Temperatura di equilibrio - 2

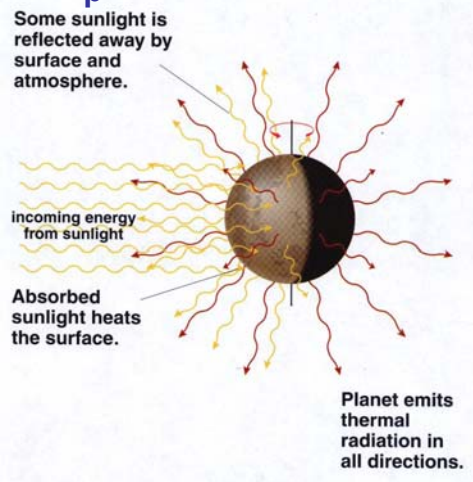
Il pianeta, di raggio R_p e albedo bolometrica (o *albedo di Bond*) A_B (v. Figura), assorbe la frazione di energia pari a:

$$E_{ass} = \pi R_p^2 F_p (1 - A_B)$$

mentre irraggia (omnidirezionalmente, si assume qui che *il pianeta ruoti velocemente*) l'energia:

$$E_{rad} = 4\pi R_p^2 \cdot \varepsilon \cdot \sigma T_p^4$$

se T_p è la sua temperatura e ε l'emissività (possiamo assumere di solito $\varepsilon = 1$).



Per cui, all'equilibrio termico:

$$\varepsilon \cdot \sigma \cdot T_p^4 = \frac{\sigma \cdot T_{\odot}^4}{4\pi \cdot r^2} \cdot \frac{4\pi \cdot R_{\odot}^2}{4\pi \cdot R_p^2} \cdot \pi \cdot R_p^2 \cdot (1 - A_B)$$

$$T_p = \left[\frac{R_{\odot}^2}{r^2} \cdot \frac{1 - A_B}{4 \cdot \varepsilon} \right]^{\frac{1}{4}} \cdot T_{\odot} = \left(\frac{F_{\odot}}{r_{AU}^2} \frac{1 - A_B}{4 \cdot \varepsilon} \right)^{\frac{1}{4}}$$

Temperatura di equilibrio - 3

Si ricava dunque che la temperatura di equilibrio T_p del pianeta (che indicheremo anche con *temperatura di equilibrio*) **non dipende dal suo raggio**, ma solo dalla sua albedo bolometrica A_B e dalla radice quadrata della distanza al Sole r .

La Tabella 3 riporta sia i valori calcolati con la suddetta formula che i valori effettivamente misurati, e che in alcuni casi differiscono considerevolmente da essi.

Pianeta	Distanza media dal Sole (UA)	Albedo di Bond	Albedo Geometrica nel visibile	Temperatura di equilibrio	Temperatura effettiva	Temperatura alla superficie
Mercurio	0.387	0.119	0.138	446		100-725
Venere	0.723	0.75	0.84	238	240	733
Terra	1.000	0.29	0.367	263		288
Luna	1.000	0.123	0.113	277		277
Marte	1.524	0.16	0.15	222		215
Giove	5.203	0.34	0.52	113	124	165 (P=1bar)
Saturno	9.543	0.34	0.47	83	95	135 (P=1bar)
Urano	19.19	0.29	0.51	60	59	76 (P=1bar)
Nettuno	30.07	0.31	0.41	48	59	72 (P=1bar)
Plutone	39.48	0.4	0.44-0.61	40		45

Temperatura di equilibrio - 4

Per capire tali differenze, dobbiamo innanzitutto ricordare i **limiti di validità** delle precedenti considerazioni, che vanno intanto associate con attenzione alla **rotazione** del pianeta stesso, e in effetti anche alla **obliquità dell'asse di rotazione** sul piano orbitale e alla **eccentricità e inclinazione** dell'orbita, soprattutto se volessimo applicare queste considerazioni a un asteroide o a un nucleo cometario. Se infatti al limite il pianeta non ruotasse, la faccia in ombra non necessariamente avrebbe la stessa temperatura di quella illuminata;

Dobbiamo quindi condurre una analisi più completa del concetto di **albedo** (di cui compaiono due definizioni nella tabella precedente) e di equilibrio termico. In secondo luogo, condurremo nei paragrafi seguenti una ulteriore discussione di quanto si verifica sui pianeti **gassosi** (al riguardo, si noti che in Tabella 3 è esposta la temperatura dello strato atmosferico a pressione = 1 bar).

Ogni discrepanza tra i valori di temperatura definiti nei diversi modi porta dunque informazioni preziose non solo sulla atmosfera del pianeta, ma anche sulla sua struttura interna.

Temperatura di equilibrio - 5

Si è già rilevato che la temperatura effettiva di Giove, Saturno e Nettuno è nettamente superiore a quella di equilibrio, indice di una **sorgente di calore interno**.

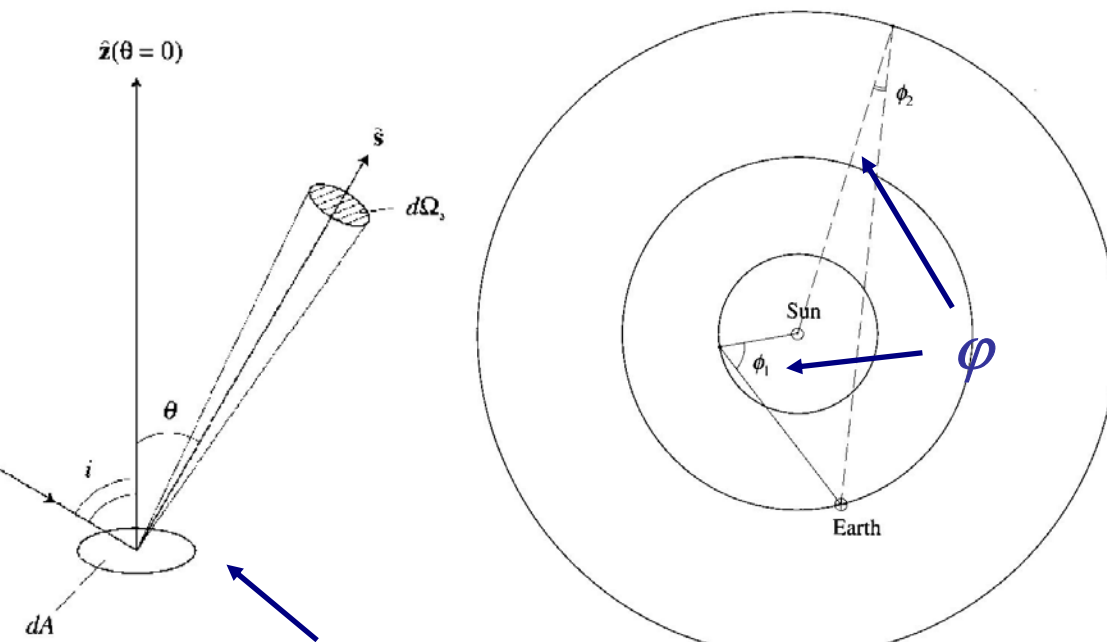
Per Venere, la temperatura superficiale è molto maggiore di quella di equilibrio, a causa del fortissimo effetto serra che discuteremo più avanti, mentre la sua temperatura effettiva è praticamente uguale a quella di equilibrio: dunque la T_{eff} di Venere è dominata dalla radiazione IR emessa dalle nubi fredde a quote alte, mentre non c'è una apprezzabile sorgente di calore interno.

La temperatura di equilibrio dei pianeti terrestri coincide abbastanza bene con la **temperatura del sottosuolo**, diciamo qualche metro sotto alla superficie, dove le variazioni diurne e stagionali sono praticamente inapprezzabili. Questa temperatura si possono misurare a **radiofrequenza**, una banda in cui la **temperatura di brillantezza** del pianeta si può assumere coincidente con quella di equilibrio.

Albedo - 1

L'**albedo di Bond** A_B è un **numero** che esprime il rapporto tra l'energia **diffusa**, (in inglese **scattered**) rispetto all'energia incidente, ma non dice niente sulla **funzione di fase** $\psi(\varphi)$, cioè sulla distribuzione angolare dell'energia diffusa.

Nella figura si vedono 3 corpi, cioè il sole (da cui proviene la luce), il pianeta (o asteroide o cometa) illuminato, e l'osservatore che per ora supponiamo sulla terra.



dA: area elementare sulla **superficie del pianeta**.

In figura compaiono 3 angoli:

- l'angolo di incidenza i ,
- l'angolo di diffusione θ ,
- l'angolo di fase φ , cioè l'angolo sotto cui **dal pianeta** si vedono Sole e osservatore. A $\varphi = 0^\circ$ si ha scattering all'indietro, a $\varphi = 180^\circ$ si ha scattering in avanti.

Albedo - 2

Si noti la differenza tra i valori di φ possibili per un corpo interno all'orbita terrestre (distanza dal Sole inferiore a 1 UA, ad es. Mercurio e Venere, ma ci sono anche comete e asteroidi), e uno esterno all'orbita eliocentrica dell'osservatore terrestre.

Mentre per un corpo interno (e anche per la Luna), possiamo misurare q_φ a tutti gli angoli di fase tra 0° e 180° , seppur con difficoltà, per i pianeti esterni tipicamente le osservazioni si conducono attorno a $\varphi = 0^\circ$.

Ovviamente oggi ***l'osservatore può essere su una sonda interplanetaria***: dallo spazio possiamo (almeno in teoria) determinare tutta la funzione di diffusione per qualunque corpo.

Quindi $\psi(\varphi)$ esprime la variazione di brillantezza del pianeta con l'angolo φ .

Albedo – 3

Si dice poi *integrale di fase* q l'integrale:

$$q = 2 \int_0^{\pi} \psi(\varphi) \sin \varphi d\varphi$$

che esprime il rapporto tra l'energia diffusa all'angolo φ e il flusso incidente *normalmente* (con $\varphi(0) = 1$ per definizione), integrato su tutti i φ .

Dalle precedenti definizioni, ricaviamo che l'albedo di Bond si può scrivere anche come:

$$A_B = p \cdot q$$

dove la costante p è detta *albedo geometrica*.

Possiamo interpretare p come energia diffusa dal pianeta rispetto a quella diffusa da un disco perfettamente diffondente tutta l'energia incidente (un riflettore detto *lambertiano*), quando visto a un angolo di fase $\varphi = 0$.

Si noti che spesso q non è conosciuta, per cui quello che si conosce veramente è p , e non A_B .

Effetti della rotazione

Esaminiamo ora gli effetti della **rotazione**, fissando l'attenzione sull'area elementare dA piazzata sul punto subsolare di un pianeta rotante molto lentamente: mancando il fattore 4π che deriva dall'irraggiamento su tutto l'angolo solido di un pianeta rapidamente rotante, si capisce che la temperatura di equilibrio del punto subsolare sarà un fattore $\sqrt{2}$ **maggiore**.

Questa stima è discretamente buona per corpi privi di atmosfera, ad es. per la Luna, perchè altrimenti la circolazione atmosferica tenderà a smorzare gli effetti di latitudine e longitudine.

V. esercizio 6.

L'equilibrio radiativo nelle atmosfere planetarie - 1

Il trasporto radiativo è il meccanismo dominante *al di sopra della troposfera*.

Riscriviamo l'equazione del trasporto già vista per le atmosfere stellari nella forma:

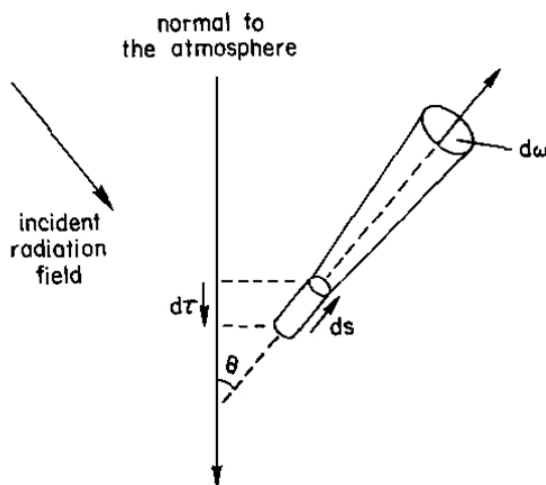
$$\frac{1}{\rho} \frac{dI_\nu}{ds} = -(\chi_\nu + \sigma_\nu)I_\nu + j_\nu$$

(I in $\text{erg/cm}^2 \cdot \text{s} \cdot \text{sr} \cdot \text{Hz}$, la coordinata s cresce nella direzione di propagazione della radiazione), in modo da esplicitare nel complessivo coefficiente di estinzione *per unità di massa* (cm^2/g) sia:

- l'**assorbimento** vero e proprio χ (una frazione che si ritroverà sotto forma di calore o di radiazione a frequenza diversa),
- che la **diffusione (scattering)** σ , che semplicemente diffonde la radiazione a un angolo diverso da quello di incidenza, senza mutarne la frequenza.
- Pertanto anche l'emissività j ($\text{erg/g} \cdot \text{s} \cdot \text{sr} \cdot \text{Hz}$) verrà in parte da una componente termica e in parte da una componente diffusiva.

L'equilibrio radiativo nelle atmosfere planetarie - 2

Introduciamo ora la profondità ottica τ già vista nel caso stellare (che ricordiamo cresce verso l'interno, mentre la quota q cresce verso l'esterno), e l'angolo θ tra la verticale verso l'esterno e la generica direzione, con il conseguente cambiamento di segno:



$$d\tau = -(\chi + \sigma)\rho dq$$

$$\mu = \cos \theta$$

$$\mu \frac{dI(\tau, \mu, \varphi)}{d\tau} = I(\tau, \mu, \varphi) - S(\tau, \mu, \varphi)$$

ove S è la *funzione sorgente* $S = j / (\chi + \sigma)$.

Vediamo ora meglio i fenomeni di **diffusione**.

Diffusione - 1

Trattando la diffusione (ad es. la luce solare diffusa dall'atmosfera terrestre), si deve specificare una **funzione di fase per lo scattering** $p(\cos\Theta)$ che dia la distribuzione angolare della diffusione, con la normalizzazione su tutto l'angolo solido Ω (detta *albedo per singolo scattering*):

$$\frac{1}{4\pi} \int p(\cos \Theta) d\Omega = \varpi_0$$

(si noti che ϖ è un modo diverso per scrivere π , non ω !).

Il valore di ϖ_0 sarà = 1 per solo scattering, mentre $\varpi_0 < 1$ nel caso generale in cui oltre allo scattering ci sia anche assorbimento.

Al limite di *emissività* dovuta solo allo scattering, detta atmosfera *unicamente diffondente*, avremo:

$$j = j^{(s)}(\theta, \varphi) = \frac{\sigma}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} I(\theta', \varphi') p(\theta, \varphi; \theta', \varphi') \sin \theta' d\theta' d\varphi'$$

Si faccia attenzione agli angoli:

(θ, φ) indicano una data direzione fissa, mentre (θ', φ') indicano la variabile direzione di integrazione; Θ è allora l'angolo tra queste due direzioni.

Diffusione - 2

Ricordando ora la definizione di *funzione sorgente* $\mathbf{S} = \mathbf{j}^{(s)}/\chi$,
l'equazione integro-differenziale del trasporto sarà:

$$\frac{dI(\theta, \varphi)}{\sigma \rho ds} = -I(\theta, \varphi) + \frac{1}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi I(\theta', \varphi') p(\theta, \varphi; \theta', \varphi') \sin \theta' d\theta' d\varphi'$$

che evidenzia molto bene come in questo caso la funzione sorgente
sia determinata interamente dalla *intensità entrante*.

Funzioni di scattering -1

Possiamo vedere subito tre funzioni di fase:

- una totalmente isotropa ($p = 1$),
- una data dalla legge di Rayleigh:

$$p(\cos \Theta) = \frac{3}{4}(1 + \cos^2 \Theta)$$

(che con quel coefficiente è evidentemente normalizzata a 1),

- una legge più appropriata alla illuminazione dei pianeti:

$$p(\cos \Theta) = \varpi_0 (1 + x \cos \Theta) \quad , \quad -1 \leq x \leq +1$$

In una formulazione più generale si può far uso di uno sviluppo in serie mediante i **polinomi di Legendre**:

$$p(\cos \Theta) = \sum_{l=0} \varpi_l P_l(\cos \Theta)$$

arrestato dopo pochi termini.

Funzioni di scattering -2

Per scattering totalmente isotropico ($p = 1$), l'intensità media vale:

$$\frac{1}{4\pi} \int I(\cos \Theta) d\Omega = J$$

Rimandando per la dimostrazione e i dettagli al testo di Chandrasekhar (v. Referenze Bibliografiche), ricordiamo solo che nel caso di scattering conservativo ($\varpi_0 = 1$) *in una atmosfera stratificata su piani paralleli ritroviamo:*

a) la conservazione del flusso ($F = \text{cost}$) attraverso qualunque piano parallelo alla superficie,

b) l'esistenza del secondo integrale K : se ricorriamo alla espressione in polinomi di Legendre per la funzione di scattering, e ricordiamo la conservazione di F , troveremo:

$$K(\tau) = \frac{1}{4\pi} \int_{-1}^{+1} \int_0^{2\pi} I(\tau, \mu, \varphi) \mu^2 d\mu d\varphi \quad , \quad \frac{dK}{d\tau} = \frac{1}{4} \left(1 - \frac{1}{3} \varpi_1 \right) F$$

Funzioni di scattering -3

$$K(\tau) = \frac{1}{4} F \left[\left(1 - \frac{1}{3} \varpi_1 \right) \tau + \text{cost} \right]$$

e infine l'espressione per l'intensità

$$I(\tau, \mu) = \frac{1}{4} F \left[\left(1 - \frac{1}{3} \varpi_1 \right) \tau + \mu \right]$$

b) assorbimento più diffusione

Quando abbiamo sia assorbimento che diffusione, l'equazione generale del trasporto di radiazione sarà:

$$\frac{dI(\theta, \varphi)}{(\chi + \sigma)\rho ds} = -I(\theta, \varphi) + S \quad , \quad S = \varpi_0 J + (1 - \varpi_0)B(T)$$

Dal punto di vista formale (si vedano le corrispondenti equazioni nel capitolo *Stellar Atmospheres*), nel caso delle atmosfere dei pianeti terrestri l'equazione integro-differenziale che esprime l'intensità I andrà arrestata alla profondità ottica corrispondente al suolo del pianeta, che si comporta come una superficie irraggiante a una data temperatura T_g (che troveremo essere un po' maggiore di quella dell'aria appena sovrastante, che indichiamo con T_1).

c) atmosfera grigia in LTE - 1

All'altro estremo delle condizioni fisiche possibili per una atmosfera planetaria, avremo la *condizione di equilibrio termodinamico locale* LTE. Abbiamo già visto che la condizione LTE dà risultati abbastanza soddisfacenti nelle atmosfere stellari. Benchè nelle atmosfere planetarie l'approssimazione LTE sia peggiore che nel caso stellare, sia perchè la temperatura della radiazione nell'IR è molto diversa da quella nell'UV, sia perchè la temperatura cinetica (dall'equazione di Maxwell) non riflette quella della radiazione, tuttavia essa rimane un utile confronto. Useremo le solite approssimazioni di simmetria azimutale e stratificazione piano-parallela. Avremo:

$$\mu \frac{dI(\theta)}{d\tau} = I(\theta) - B(T)$$

Usando un valor medio per l'opacità $\langle \kappa \rangle$ (ad es. la media di Rosseland, o quella di Chandrasekhar), ci riconduciamo al caso della ***atmosfera grigia***.

atmosfera grigia in LTE - 2

Integrando su tutto l'angolo solido, ricordando la definizione di flusso e di densità di energia, avremo anche:

$$\frac{d(\pi F)}{d\tau} = 4\pi(J - B(T)) \qquad \frac{4\pi}{3} \frac{dJ}{d\tau} = \pi F$$

L'equilibrio radiativo richiede la costanza del flusso integrato con la quota e ritroviamo i risultati del caso stellare:

$$F = \int_0^{\infty} F_{\nu} d\nu = \sigma T_{\text{eff}}^4 \qquad \frac{dF}{dq} = 0$$

$$\frac{d^2 F}{d\tau^2} - 3F = -4 \frac{dB}{d\tau} = 0 \qquad B(\tau) = \frac{3}{4} \tau + \text{cost}$$

atmosfera grigia in LTE - 3

Da cui ancora, con l'equazione di stato dei gas perfetti:

$$F(q) = -\frac{16(\sigma T^3)}{3\rho} \langle \kappa \rangle \frac{\partial T}{\partial q}$$

$$\frac{dT}{dq} = -\frac{3\rho}{16\langle \kappa \rangle T^3} T_{\text{eff}}^4$$

$$\frac{d(\ln T)}{d(\ln p)} = -\frac{3p}{16\langle \kappa \rangle g} \left(\frac{T_{\text{eff}}}{T} \right)^4$$

ove p è la pressione e g la gravità. Come già detto, queste sono espressioni analitiche approssimate, ma utili come riferimento magari di modelli numerici.

Un esempio - 1

Applichiamo queste considerazioni alla determinazione della temperatura al suolo e alla sommità dell'atmosfera. E' conveniente a tale proposito separare il flusso entrante da quello uscente:

$$\pi F = 2\pi \int_{-1}^{+1} I(\mu) \mu d\mu = \pi(I^+ - I^-)$$

in cui I^+ e I^- sono rispettivamente il flusso uscente ($0 < \mu < +1$) e il flusso entrante ($-1 < \mu < 0$), e J l'intensità media:

$$J = \frac{1}{2}(I^+ + I^-)$$

Queste quantità si riferiscono a un generico strato parallelo al suolo del pianeta.

Un esempio - 2

Ora però dobbiamo fare attenzione alle **condizioni al contorno**, che sono diverse da quelle stellari.

Supponiamo che il suolo si comporti come un corpo nero a temperatura T_g , che l'aria appena sovrastante abbia temperatura T_1 (che ora determineremo), che non ci sia il sole sopra all'orizzonte (o che si possa trascurare l'assorbimento di radiazione solare da parte dell'aria, il ch  è quasi corretto), che la sommit  dell'atmosfera (dove $\tau = 0$) abbia temperatura T_0 (che pure determineremo), e infine che il cielo buio si comporti come un corpo nero a temperatura cos  bassa da poterla porre = 0 (120 K potrebbe essere un valore indicativo).

Un esempio - 3

Scriviamo:

$$J = I^- + \frac{1}{2}F = I^+ - \frac{1}{2}F$$

ottenendo:

$$\frac{dF}{d\tau} = 4(I^+ - B(T)) - 2F = 4(I^- - B(T)) + 2F = 0$$

Quindi, l'intensità dal suolo verso l'alto sarà:

$$I_g^+ \equiv B(T_g) = B(\tau = \tau_g) + \frac{1}{2}F = B(T_1) + \frac{1}{2}F$$

mentre l'intensità dalla sommità dell'atmosfera verso il basso sarà:

$$I_0^- \equiv 0 = B(\tau = 0) - \frac{1}{2}F = B(T_0) - \frac{1}{2}F$$

Troviamo così che al suolo abbiamo una **discontinuità di temperatura** ($T_g > T_1$) dato che $B(T_g) > B(T_1)$, mentre la temperatura alla sommità è maggiore di quella del cielo sovrastante.

Un esempio - 4

Il flusso che lascia l'atmosfera è dunque:

$$\pi I_0^+ = \pi B(T_0) + \frac{\pi}{2} F = 2\pi B(T_0)$$

cioè *due volte* quello che emetterebbe un corpo nero a temperatura T_0 . La temperatura T_0 è detta di Gold-Humphreys (in inglese anche *skin temperature*). D'altra parte questo è anche il risultato che trovammo nel caso stellare, perchè è immediato dimostrare che:

$$B(\tau) = \frac{\sigma}{\pi} T^4(\tau) = B(T_0) \left(1 + \frac{3}{2} \tau\right) \quad , \quad T^4(\tau) = T_0^4 \left(1 + \frac{3}{2} \tau\right)$$

ove qui σ è la costante di Stefan-Boltzman. La temperatura effettiva del pianeta si otterrà da:

$$T_{\text{eff}}^4 = (2T_0)^4 \quad , \quad T_0 = \left(\frac{1}{2}\right)^{1/4} T_{\text{eff}} \quad , \quad T_{\text{eff}} = T(\tau = 2/3)$$

L'atmosfera irraggia come un corpo nero alla temperatura dello strato avente $\tau = 2/3$. Ad es. per la Terra troviamo $T_{\text{eff}} \approx 255$ K, per cui $T_0 \approx \mathbf{0.84} \cdot T_{\text{eff}} \approx 215$ K, che è la temperatura tipica della tropopausa a latitudini medie.

Un esempio - 5

Per quanto riguarda la discontinuità tra temperatura dell'aria prossima al suolo $T_1 = T(\tau = \tau_g)$ e temperatura del suolo stesso T_g , avremo:

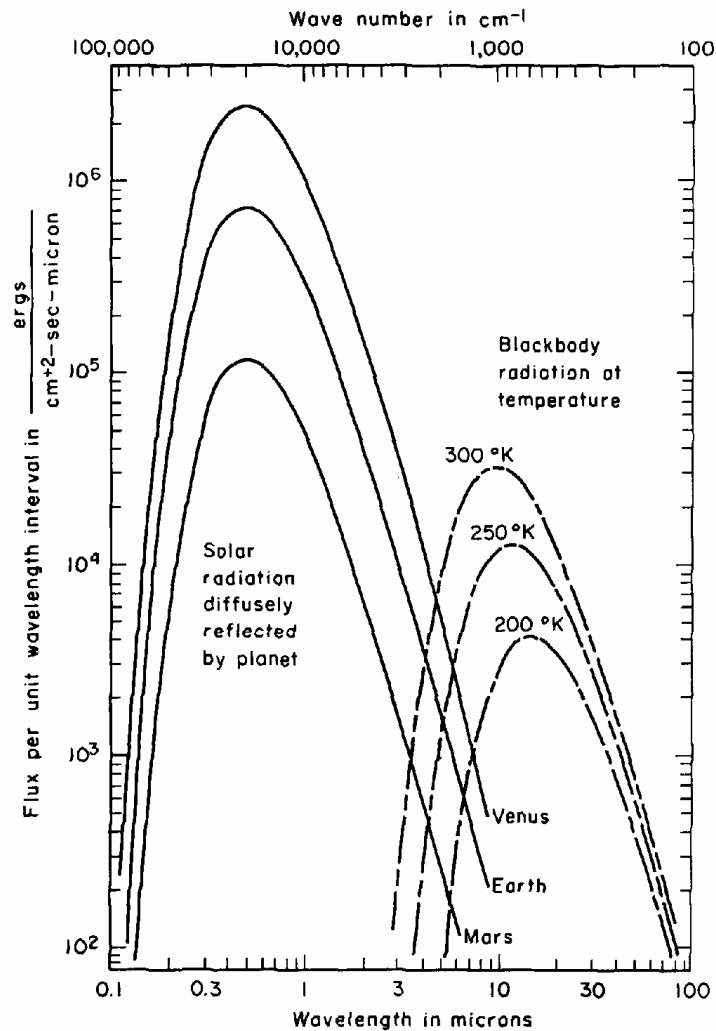
$$T_g^4 = T^4(\tau_g) + \frac{1}{2} T_{\text{eff}}^4 = T_1^4 + \frac{1}{2} T_{\text{eff}}^4 = T_0^4 \left(2 + \frac{3}{2} \tau_g\right) = T_{\text{eff}}^4 \left(1 + \frac{3}{4} \tau_g\right) > T_{\text{eff}}^4$$

In altre parole, l'aria vicina al suolo ha temperatura T_1 più bassa di quella del suolo stesso (si ha dunque una discontinuità nell'andamento di T), ma più alta di quella effettiva, perchè è riscaldata dal suolo (dal di sotto) da un corpo nero a una data T_g che situa il picco di emissività nell'infrarosso, e perchè la sua opacità nell'IR è abbastanza alta. A sua volta, il suolo ha temperatura che può essere **notevolmente più elevata** di quella effettiva, in funzione del valore dell'opacità.

Si noti dunque che abbiamo la combinazione di due effetti, da un lato la sufficiente trasparenza dell'atmosfera alle radiazioni visibili (dove c'è il picco della radiazione solare), e dall'altro la forte opacità dei suoi gas alla radiazione IR, dove c'è il picco dell'irraggiamento dal suolo.

Vedremo più avanti che la *convezione attenua questa discontinuità al suolo*.

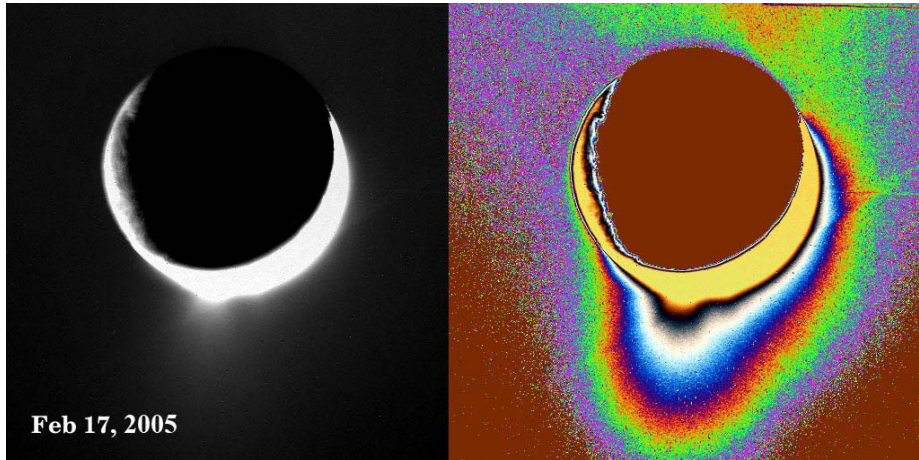
Un esempio - 6



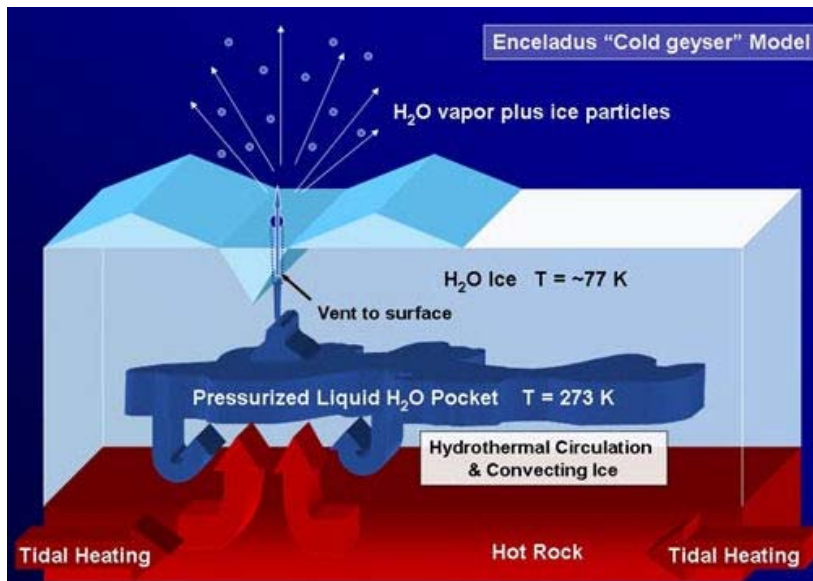
Plot of flux of reflected solar or emitted planetary radiation as a function of wavelength or wave number. The emitted radiation is merely blackbody radiation at the specified temperature (emissivity of one). The reflected or scattered solar radiation takes into account the change of solar constant due to average distance from the Sun, and assumes an albedo (diffuse reflectivity) of 0.7 for Venus, 0.4 for Earth, and 0.15 for Mars. The distribution of the solar spectrum is taken to be that of a 5783°K blackbody.

Questo riscaldamento va sotto il nome di *effetto serra*, ed è particolarmente evidente su Venere, dove la temperatura al suolo raggiunge i 730 K, ma è importante anche sulla Terra, e si può ancora notare su Marte e su Titano. Ancora diverso è l'effetto serra sulle lune ghiacciate (ad es Europa, Enceladus), perchè il ghiaccio lascia penetrare la luce solare visibile sino a vari cm sotto alla superficie, ma blocca l'IR reirraggiato da questi strati subsuperficiali, che dunque si riscaldano apprezzabilmente. Questo effetto viene anche detto 'effetto serra di stato solido'.

La luna Enceladus



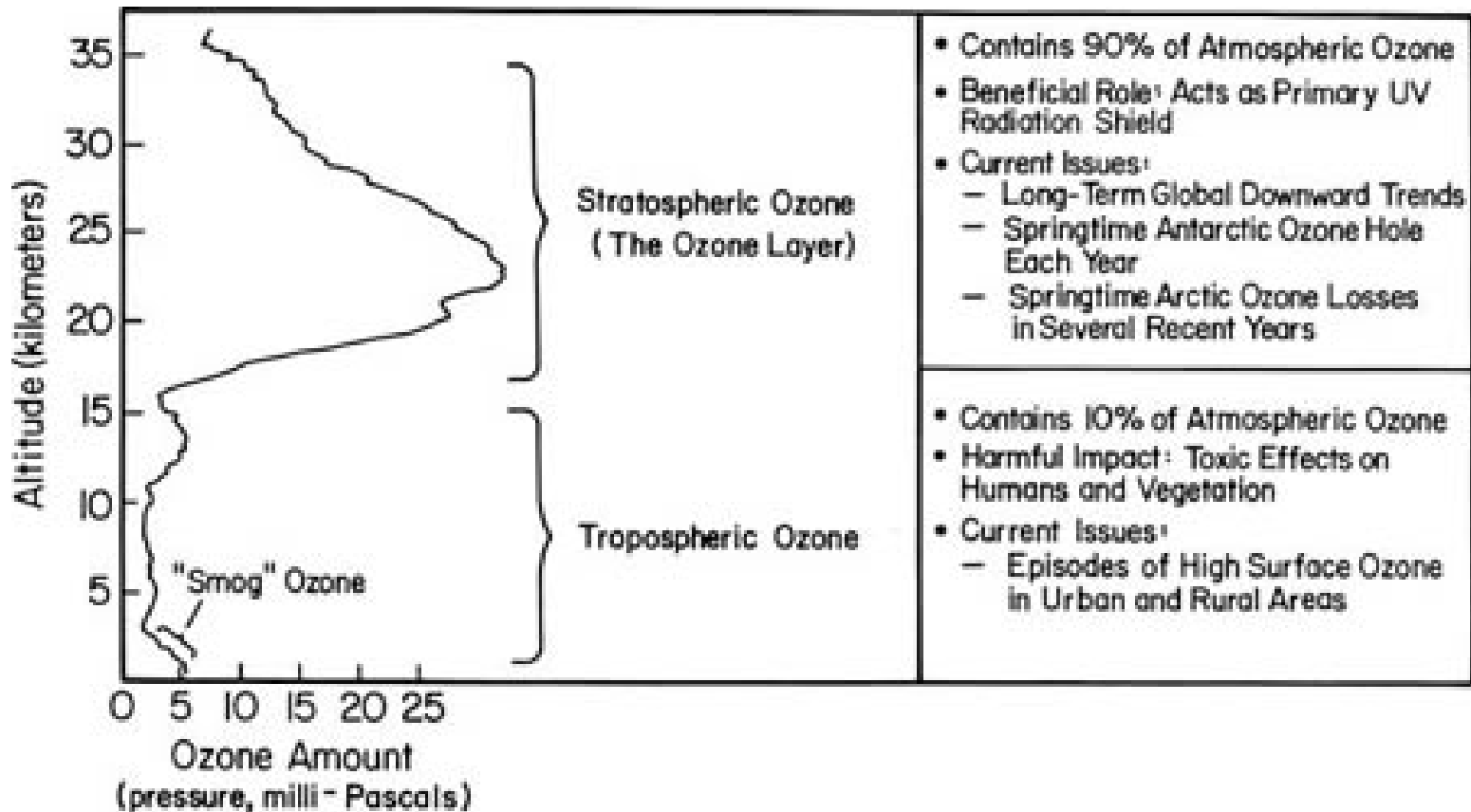
Il getto di vapor
acquoso di Encelado
visto dalla sonda
Cassini. Per spiegare
questo effetto
probabilmente
abbiamo bisogno
anche dell'effetto
mareale di Saturno e
della radioattività
delle rocce
sovrastanti al
supposto 'mare'
liquido interno.



Deviazioni dal corpo grigio

Per quanto riguarda le **deviazioni** dall'atmosfera grigia, va rilevato che la situazione sulla Terra è particolarmente complicata, dipendendo anche dalla latitudine, dalla longitudine e dalla stagione. Infatti, l'opacità infrarossa dipende essenzialmente da tre molecole, CO_2 , H_2O e O_3 , la cui distribuzione è variabile, in particolare con la latitudine (su altri pianeti è altrettanto importante il CH_4). Ad es., il maggior contenuto di vapor acqueo nelle zone tropicali favorisce il riscaldamento del suolo e il raffreddamento degli strati superiori della troposfera; questo è uno dei motivi per cui ai tropici la tropopausa ha quote maggiori (15 km) e temperature inferiori (195K) che ai poli (8-10 km, 225 K rispettivamente). Anche l'ozono (v. Figura) si comporta in maniera controintuitiva: se non ci fosse convezione (si veda il paragrafo seguente) sarebbe più abbondante alle latitudini inferiori, la realtà è l'opposto, **è più abbondante verso i poli e lo si trova a quote inferiori che ai tropici.**

L'Ozono



Schema della distribuzione di O₃ con la quota. La realtà è molto più complicata, con forti variazioni a seconda di latitudine, longitudine, data.

Convezione nella troposfera

La convezione è un meccanismo importante nelle parti più dense dell'atmosfera, ma anche in interni fluidi e nella densa nebulosa pre-solare in cui si formarono i pianeti. Il moto del fluido è causato da variazioni di densità, cui si accompagnano variazioni di temperatura. E' noto che una regione isoterma è stabile nei confronti di una circolazione convettiva. Tuttavia, in prossimità del suolo, in particolare nella troposfera, il gradiente di temperatura con la quota q diventa forte (e negativo, T cala verso l'alto), può superare un valore critico e allora si può sviluppare convezione.

Si dice anche che il gradiente di temperatura diviene ***superadiabatico***. In tal caso, la convezione spinge la struttura della atmosfera verso una trasformazione adiabatica e ci si trova in un regime misto, convettivo e radiativo: la quantità di calore generato dallo strato convettivo (cioè dalla troposfera) e poi irraggiato verso l'esterno è lo stesso di quello che si avrebbe all'equilibrio radiativo, ma ***l'andamento della temperatura con la quota segue un'adiabatica, un po' più fredda alle quote basse e un po' più calda alle quote alte rispetto all'equilibrio radiativo.***

Convezione - 1

Se un elemento di gas si muove adiabaticamente, la prima legge della termodinamica impone che:

$$C_V dT = -p dV \quad , \quad C_p = C_V + k / \mu$$

essendo C_V il calore specifico a volume costante, C_p il calore specifico a pressione costante (entrambi in $\text{erg}\cdot\text{g}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$), μ la massa molecolare.

Detto allora V il volume specifico contenente 1 grammo di quella molecola, la legge dei gas perfetti richiede che:

$$dV = \frac{k}{p\mu} dT - \frac{kT}{\mu p^2} dp \quad , \quad C_p dT = V dp = \frac{1}{\rho} dp = \frac{kT}{\mu p} dp$$

All'equilibrio idrostatico:

$$dP = -\rho g dq \quad , \quad -\frac{dT}{dq} = \frac{g}{C_p} = -\frac{\gamma - 1}{\gamma} \frac{g\mu}{k}$$

dove $\gamma = C_p / C_V$. Valori tipici per γ sono 5/3 (gas monoatomico), 7/5 (gas diatomico), 4/3 (gas poliatomico). Tale gradiente (in inglese **adiabatic lapse rate**) per l'aria secca vale circa 9.8 K/km.

Convezione - 2

Se l'aria è umida (alla saturazione, cioè nella nostra atmosfera quando si formano le nubi), dobbiamo considerare nel bilancio energetico complessivo anche il **calore latente** L rilasciato dalla condensazione del vapore. Se w è la frazione di massa d'aria satura, le due leggi precedenti si modificano nella seguente maniera:

$$C_V dT = -pdV - Ldw \quad , \quad C_p dT = \frac{1}{\rho} dp - Ldw$$

per cui il lapse rate adiabatico per aria umida satura diviene:

$$-\frac{dT}{dq} = -\frac{g}{C_p \left[1 + \frac{L}{C_p} \frac{dw}{dT} \right]} \approx 5 \text{ K/km}$$

Convezione - 3

In condizioni medie, il lapse adiabatico nella troposfera sarà all'incirca a metà strada tra i due valori, cioè circa 6.5 K/km.

Pertanto, la distribuzione di temperatura nell'atmosfera terrestre sarà inizialmente (alle quote più basse) rappresentata dalla curva del lapse adiabatico, per poi gradualmente divenire interamente radiativa alle quote superiori.

Il vincolo da soddisfare è di generare il flusso di radiazione complessivo, cioè di riprodurre la T_{eff} . Un modello autoconsistente dovrà non solo assicurare tale flusso, ma anche eliminare la discontinuità di temperatura al suolo, che è a sua volta fonte di instabilità convettiva.

Bilancio tra energia termica e gravitazionale - 1

Consideriamo il bilancio tra energia potenziale gravitazionale e energia termica della atmosfera planetaria, che hanno l'importantissima differenza di essere ***la prima la stessa per tutte le molecole***, la seconda di ***dipendere esplicitamente dalla loro massa***.

Definiamo alcune quantità utili:

1 - la *velocità di fuga* dalla superficie di un corpo sferico non ruotante di massa M , raggio R e densità ρ vale:

$$V_f = \sqrt{\frac{2GM}{R}} \approx 0.75 \cdot 10^{-3} R \sqrt{\rho} \quad \text{cm} \cdot \text{s}^{-1}$$

che dipende quindi linearmente dal raggio e più debolmente dalla densità del corpo.

La Terra e Mercurio hanno la massima densità: $\sqrt{\rho} \approx 2.35$

Saturno una delle minori: $\sqrt{\rho} \approx 0.83$ Per le comete: $\sqrt{\rho} \approx 1.00$

Bilancio tra energia termica e gravitazionale - 2

Alcuni valori di V_f :

640 km/s per il Sole, 60 km/s per Giove, 11 km/s per la Terra, 2 km/s per la Luna e le lune medicee, 0.5 km/s per gli asteroidi maggiori, 5 mm/s da una cometa di qualche km di raggio.

Se l'atmosfera è densa, ***non è del tutto vero*** che la possibilità che ha la molecola di sfuggire dal pianeta ***dipenda solo dal modulo della velocità***, indipendentemente dalla direzione, dato che attraversando lunghi strati densi le collisioni con il mezzo dissipano parte della energia cinetica.

Se la particella è a quota q sulla superficie, il potenziale gravitazionale è inferiore, a R dovremmo sostituire ($R+q$).

Se poi il corpo ruota, di nuovo l'energia di legame gravitazionale viene diminuita (vedi ***l'equazione di Clairaut***).

Bilancio tra energia termica e gravitazionale - 3

2 - Per quanto riguarda *la velocità termica*, all'equilibrio le molecole sono ripartite tra le velocità secondo la **distribuzione maxwelliana** (si veda il capitolo *Le 4 Leggi macroscopiche*), per cui a qualunque temperatura esisterà sempre una coda di particelle a velocità maggiore di quella di fuga.

Un parametro tipico della distribuzione maxwelliana è la velocità più probabile:

$$V_t = \sqrt{2 \frac{kT}{m}}$$

che dunque dipende dalla massa ***m*** della particolare specie molecolare. Alcuni valori tipici a 0 C (273 K): per l'O₂ ($m = 32m_p$) $\langle V_t \rangle \approx 450$ m/s, per l'H₂ ($m = 2m_p$) $\langle V_t \rangle \approx 1700$ m/s, dove m_p la massa del protone (1.66×10^{-24} g).

Dato che ***T*** è funzione di ***q***, ***V_t*** può variare con ***q*** molto più di quanto non faccia ***V_f***.

Bilancio tra energia termica e gravitazionale - 4

Siccome l'integrale della distribuzione sarà sempre normalizzato a 1, dopo che sono evaporate le particelle della coda termica, la coda stessa si torna a riempire di particelle (causa le collisioni, che sono sempre necessarie per assicurare il regime di equilibrio termico), che a loro volta evaporeranno.

Ma stavolta il ***numero totale di particelle è minore.***

Proseguendo il ragionamento su tempi scala della vita del sistema solare (4.5 miliardi di anni) e' possibile dimostrare che solo le particelle con $V_t < V_f/6$ sicuramente non evaporeranno.

Indicativamente, se $V_t/V_f = 0.3$ quella specie evapora in 0.1 anni, se $V_t/V_f = 0.2$, la specie evapora in 10^8 anni, se $V_t/V_f = 0.15$ la specie evapora in 10^9 anni.

Bilancio tra energia termica e gravitazionale - 5

Questo meccanismo di ***perdita termica*** di particelle leggere va sotto il nome di ***'perdita di Jeans'***, dai lavori fatti da J. Jeans intorno al 1925^[1].

Il meccanismo di Jeans è applicabile in situazioni di pseudo-equilibrio, con perdite abbastanza lente da lasciare l'atmosfera quasi stazionaria. Altrimenti dominano *processi non termici*, che vedremo più avanti; in particolare, *all'epoca presente, la perdita di gas da Venere e Terra è dominata da processi non termici.*

^[1] suggerimento: si consiglia allo studente di approfondire l'argomento delle *equazioni statistiche* di Liouville, di Boltzmann, di Jeans, che si applicano a una grande varietà di problemi astrofisici, dalle atmosfere planetarie alla struttura della Via Lattea, alla materia oscura.

Cammino libero medio -1

Se l'atmosfera è densa (come ad es. negli strati più bassi della atmosfera terrestre), l'evaporazione può essere rallentata, e addirittura impedita, dalle collisioni, che originano un *moto di tipo browniano* della molecola (detto anche *random walk*).

Conviene allora definire un altro parametro tipico di quella atmosfera, cioè *il cammino libero medio λ* :

$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{1}{\sigma \cdot n}$$

dove σ è la sezione d'urto e n la densità numerica:

$$n = \frac{\rho}{m} = \frac{\rho}{\mu m_p}$$

in cui μ è al solito il peso molecolare medio

Cammino libero medio -2

Per calcolare la sezione d'urto σ in modo elementare, supponiamo che sia la sola sezione geometrica di due sferette di raggio R che vengono a contatto; sappiamo che le dimensioni tipiche delle molecole astrofisiche sono dell'ordine di pochi Angstrom, per cui $\sigma \approx 4 \cdot 10^{-15} \text{ cm}^2$.

Per l'atmosfera terrestre in prossimità del suolo $\mu \approx 29$, $\rho \approx 1.3 \cdot 10^{-3} \text{ g}\cdot\text{cm}^{-3}$, $n \approx 10^{19} \text{ cm}^{-3}$, $\lambda \approx 10^{-5} \text{ cm}$, piccola ma comunque *molto grande rispetto alle dimensioni molecolari*.

Il cammino libero medio diviso per la velocità media dà il **numero di impatti al secondo**, dunque circa 5×10^9 impatti/s in aria al suolo in condizioni normali. Siccome la densità diminuisce esponenzialmente con l'altezza (legge barometrica, vedi *atmosfera isoterma di Boltzmann*), il cammino libero medio aumenterà esponenzialmente con la quota.

In letteratura si trova un'altra variabile analoga al cammino libero medio, che possiamo chiamare **parametro di fuga** e che esprimiamo come quantità adimensionale Λ : :

$$\Lambda = \frac{V_f^2}{V_t^2} = \frac{GM}{kT(q)(R+q)} m$$

Condizione di equilibrio idrostatico -1

Iniziamo discutendo la *legge barometrica per un pianeta terrestre* (in modo da avere una superficie, ma la generalizzazione a un pianeta gassoso è abbastanza immediata), sferico e di raggio R .

Consideriamo la situazione di equilibrio della atmosfera, con molecole di massa m e temperatura T immerse nel campo gravitazionale disposto lungo l'asse verticale, con pressione p e densità ρ (densità di massa, $\text{g}\cdot\text{cm}^{-3}$; useremo anche la densità numerica n , nr. molecole $\cdot\text{cm}^{-3}$) decrescenti con la quota q (che considereremo piccola rispetto a R , in modo che la gravità g non cambi con la quota).

Detto $n(q)$ il numero di molecole di aria per unità di volume alla quota q , la pressione p a quota $q+dq$ è minore di quella a quota q di una quantità pari al peso dell'aria in un cilindro di superficie unitaria e altezza dq :

$$dp = -n(q)mgdq = -\rho(q)gdq$$

che è la condizione di *equilibrio idrostatico*.

Ricordiamo che la pressione $p(q)$ è la forza per unità di superficie, mentre gdm è la forza gravitazionale sull'elemento di massa $dm = \rho dV = \rho dSdq$.

Condizione di equilibrio idrostatico -2

Supponiamo il gas ideale, con equazione di stato data da:

$$p = nkT = \rho k \frac{T}{m}$$

Se l'atmosfera è **isoterma**:

$$p = p(q_0) e^{-mg(q-q_0)/kT} = p(q_0) e^{-(q-q_0)/H}$$

$$n = n(q_0) e^{-mg(q-q_0)/kT} = n(q_0) e^{-(q-q_0)/H}$$

cioè una **decrecita esponenziale di densità e pressione (legge barometrica)**. Avendo una superficie solida possiamo porre subito $q_0 = 0$: dunque, **a una quota pari a H , la densità e la pressione sono ridotte a $1/e$ di quella al suolo.**

Scala di altezza H - 1

Il parametro H (*scala di altezza*, e che più propriamente dovremmo chiamare *scala di altezza per la pressione*), è definito dunque dal rapporto tra energia cinetica per unità' di massa e accelerazione gravitazionale:

$$H = \frac{kT}{m \cdot g}$$

che in linea di principio, in una atmosfera a più componenti, **dipende dalla specie chimica** (si ricordi che la pressione totale è la somma della pressioni parziali). Tuttavia, negli strati più densi dell'atmosfera **il rimescolamento dovuto agli urti** ci permette di usare una scala di altezza media, usando il *peso molecolare medio*.

Nel caso di gravità variante con la quota, ma isoterma, potremo scrivere:

$$H(q) = \frac{kT}{m \cdot g(q)} = \frac{2}{3} \left(\frac{V_t}{V_f} \right)^2 R \left(1 + \frac{q}{R} \right)$$

Scala di altezza H - 2

Generalizziamo la trattazione a un andamento qualunque di T :

$$\frac{dp}{p} = -g \frac{m}{kT} dq = -\frac{1}{H} dq$$

$$\frac{dn}{n} = -\frac{dT}{T} - gm \frac{dq}{kT} = \left(-\frac{1}{T} \frac{dT}{dq} - \frac{gm}{kT} \right) dq = -\frac{dq}{H_\rho}$$

dove compare una **scala di altezza della densità** H_ρ che non è necessariamente uguale a quella della pressione:

$$\frac{1}{H_\rho(q)} = \frac{1}{T(q)} \frac{dT(q)}{dq} + \frac{g(q)m(q)}{kT(q)}$$

Solo se l'atmosfera è isoterma le due scale di altezza, quella di pressione e quella di densità, coincidono.

Si noti anche che *si sono trascurati*, perchè piccoli, i *gradienti* della gravità e del peso molecolare, ma in generale **anche il peso molecolare potrebbe essere funzione della quota.**

Esempio per la Terra

Esemplifichiamo la trattazione con il caso della atmosfera terrestre. Nei primi pochi km di atmosfera possiamo ritenere H pressoché costante (anche se certamente non è vero che l'atmosfera è isoterma), con un valore che calcoliamo facilmente attorno a 8 km (le cime himalaiane). A tale quota la pressione si è ridotta a $1/e$ di quella al suolo, e la stessa riduzione riscontriamo anche nella densità. Sempre con una certa approssimazione, anche la massa totale dell'atmosfera al di sopra di quella quota si riduce esponenzialmente, dato il piccolo spessore effettivo dell'atmosfera rispetto al raggio terrestre. Troviamo infatti facilmente:

$$M(> q) = 4\pi R^2 \frac{P_0}{g} e^{-q/H}$$

Quindi sopra a 8 km rimane appena il 37% della massa totale, e poche parti per milione sopra a 100 km.

Esosfera e Esobase

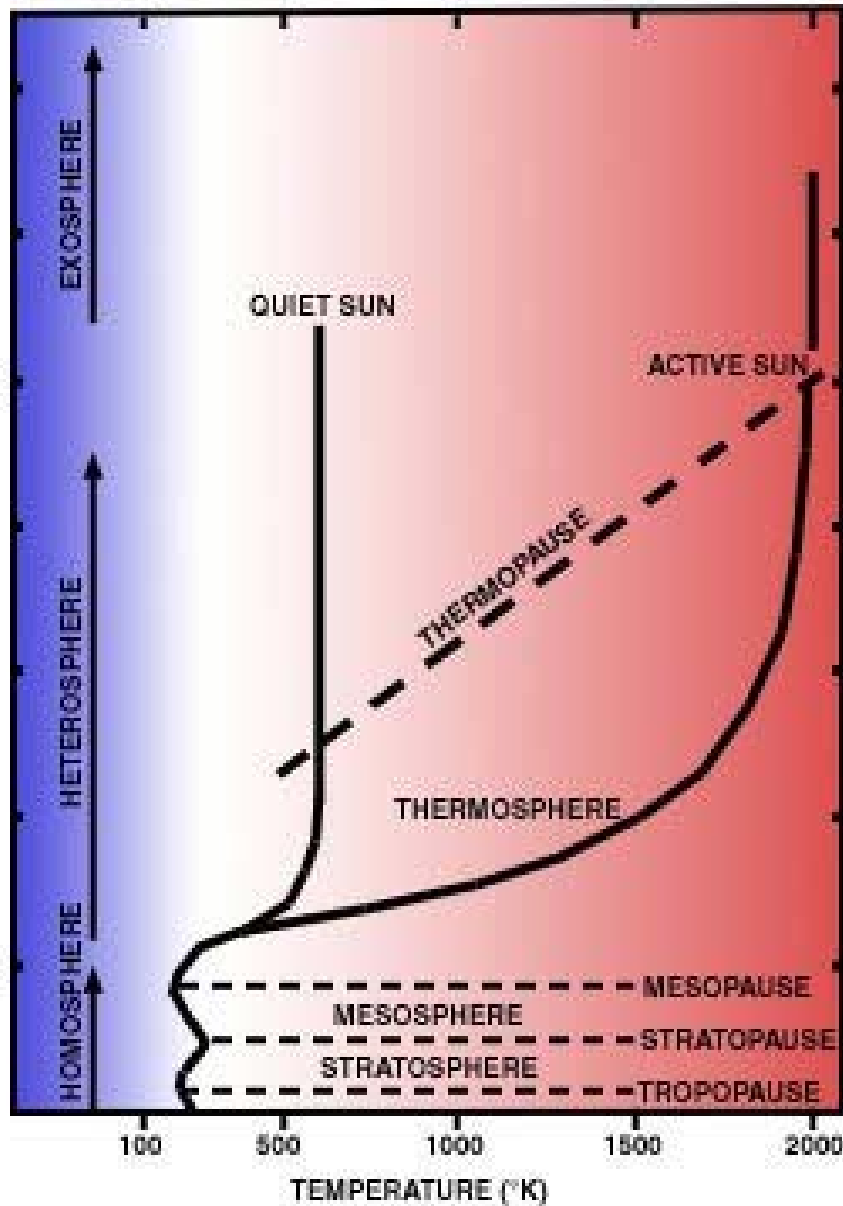
Definiamo **esobase** quella quota q_{ex} a cui il cammino libero medio λ e' uguale a H , e **esosfera** tutta quella parte di atmosfera che sovrasta l'esobase (per la Terra, si trova $q_{ex} \approx 500$ km), e in cui H e' minore di λ . Useremo anche il parametro Λ , in particolare quello alla esobase Λ_{ex} .

La parte sottostante l'esobase verrà genericamente indicata con il nome di **termosfera**, di cui abbiamo già dettagliato in Figura 1 una suddivisione più fine.

Siccome nell'esosfera le particelle collidono raramente, allora **tra due urti le loro traiettorie saranno balistiche** (cioé archi di coniche, incluse le iperboli).

Inoltre, l'approssimazione isoterma delle condizioni esosferiche solitamente dà risultati accettabili.

Dipendenza dal ciclo solare



La figura mostra che la temperatura e la quota della termosfera dipendono dal ciclo solare.

Perdita di Jeans

Integrando il flusso maxwelliano verso l'alto al di sopra della esobase, dall'equazione di Jeans (dunque non collisionale) otteniamo l'evaporazione da ciascuna colonna unitaria:

$$\Phi_J = B \frac{n_{\text{ex}}}{\sqrt{\pi}} \sqrt{\frac{2kT(q)}{m}} (1 + \Lambda_{\text{ex}}) e^{-\Lambda_{\text{ex}}} \quad \text{particelle} \cdot \text{cm}^{-2} \cdot \text{s}^{-1}$$

in cui B è un fattore empirico ($\sim 1/2$) che tiene conto dello spopolamento della coda a alta velocità. Ad es. per l'H terrestre, alla esobase la temperatura è $T \approx 800$ K, $n_{\text{ex}} = 10^5 \text{ cm}^{-3}$ e $\Lambda_{\text{ex}} \approx 15$, cioè **una perdita considerevole di H** da quella quota tramite meccanismo di Jeans, circa 10^7 atomi di H $\text{cm}^{-2} \cdot \text{s}^{-1}$. La temperatura di 800 K è appropriata a condizioni di minima attività solare, in fase di massima attività la temperatura è maggiore e così corrispondentemente la perdita termica.

Siccome gli elementi leggeri vengono persi più velocemente di quelli pesanti, la perdita Jenas provoca anche un **frazionamento isotopico**.

I meccanismi non termici producono comunque una perdita maggiore, almeno nei casi di Venere e Terra.

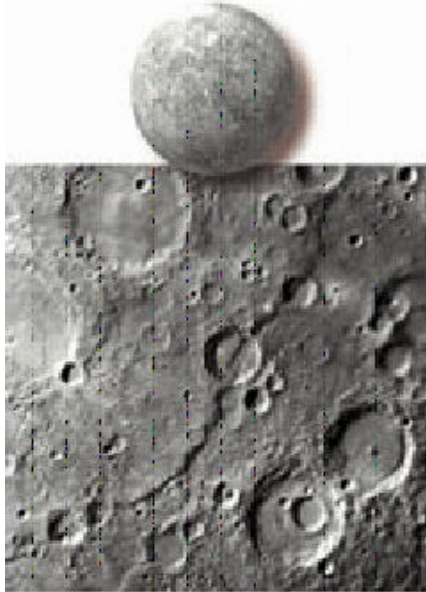
Alcuni valori indicativi – Pianeti terrestri

Nome	T (K) alla superficie	Pressione P alla superficie (bar)	Specie presenti e abbondanze percentuali	Peso molecolare medio μ	Scala di altezza H (km)	Temperatura alla esobase (K)	Altezza della esobase (km)
Mercurio	100-725	5×10^{-15}	H,He,Ar,Na ,Ca, K		13-95	100-725	0
Venere	730	92	CO ₂ 96.5 + N ₂ 3.5	43.0	16	275-1000	140
Terra	273	1.013	N ₂ 78.1 + O ₂ 20.9 + Ar 0.9	29.0	8	1000	450
Luna	277	3×10^{-15}	H,He,Ar,Na ,K		65	277	0
Marte	230	0.0056	CO ₂ 95.3 + N ₂ 2.7 + Ar 1.6	43.0	18	350	160
Titano*	94	1.5	N ₂ 82 + Ar 12 + CH ₄ 4	29.0	18	160	1500
Plutone	45	1.5×10^{-5}	N ₂ +CO+ CH ₄		33	58	>3000

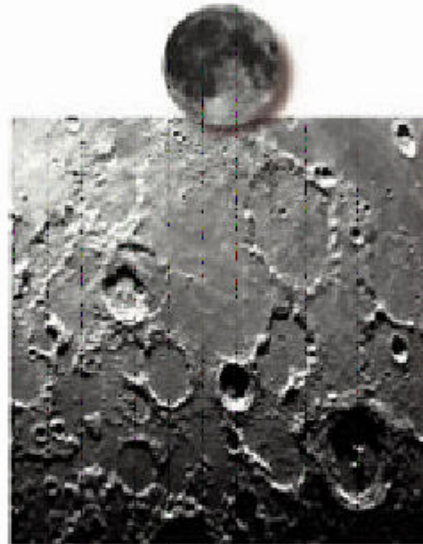
Mercurio e Luna

La precedente tabella mostra che per Mercurio e la Luna l'esobase coincide praticamente con la superficie solida del pianeta.

Mercury



Earth's Moon



In basso, il doppietto giallo del Na della esosfera di Mercurio appare *in emissione* sopra allo spettro solare, in assorbimento, sia quello riflesso dal disco del pianeta che quello diffuso dall'atmosfera terrestre (spettro ottenuto con il TNG/SARG).

Si noti che la riga D2 (5890 Å, a sinistra) è nettamente più intensa della D1 (5896 Å).



Alcuni valori indicativi – Pianeti gassosi

Nome	T_{eff} (K)	T_{eq} (K)	T_a P=1bar	Bilancio energetico tra energia irradiata e energia assorbita	Specie presenti e abbondanze percentuali	Peso molecolare medio μ	H (km)	λ alla esobase	Altezza della esobase (km)	Temperatura alla esobase (K)
Giove	124	113	165	1.67	H ₂ 0.9 , He 0.09, CH ₄ , NH ₃	2.2	18	480	1600	900-1300
Saturno*	95	83	160	1.78	H ₂ 0.9 , He 0.09, CH ₄ , NH ₃	2.2	34	420	2500	400-800
Urano	59	60	76	1.06	H ₂ 0.8, He 0.2, tracce CH ₄ , NH ₃	2.4	20	50	4700	800
Nettuno	59	48	72	2.61	H ₂ 0.7, He 0.3, tracce CH ₄ , NH ₃	2.6	19	120	2200	700

Tipi di atmosfere- 1

Da questi valori possiamo dividere le atmosfere in alcune categorie tipiche:

- pianeti giganti, atmosfere dominate da H_2 , He
- Venere e Marte, atmosfere dominate dal CO_2
- Terra (e cos' anche Titano, Tritone e Plutone) atmosfere dominate da N_2 .
Mentre l'atmosfera terrestre ha anche forti percentuali di O_2 , Ar, e H_2O , su Titano si osserva CH_4 e H_2 , su Tritone e Plutone abbiamo CO , CH_4 e H_2 .
- ***le esosfere di Luna e Mercurio hanno caratteristiche a parte***, causa la varietà di meccanismi che le generano.

Vi sono poi vari altri casi particolari:

- la luna medicea Io ha una atmosfera di tipo vulcanico, dominata da SO_2 , S_2 , SO , O
- le altre lune medicee Europa, Ganimede e Callisto hanno piuttosto O_2 , O , H_2O e CO_2 .
- le chiome cometarie sono dominate da H_2O , CH_4 , CO , CO_2 , CH_3OH

Tipi di atmosfere- 2

I valori di abbondanza verranno discussi in seguito con maggior dettaglio, ma ***si noti subito la molto maggior abbondanza di He in Urano e Nettuno.***

Tutti i pianeti hanno più o meno la stessa scala di altezza, ma la Terra ha la scala di altezza minore di tutti. Si dice anche che l'atmosfera terrestre è molto compatta. Una conseguenza importante è la scala di lunghezza dei venti, che sulla Terra raramente superano i 1000 km, mentre su Venere e Marte hanno scala planetaria, come del resto la circolazione atmosferica dei pianeti gassosi.

La prima colonna in Tabella dà temperatura del corpo nero equivalente; si nota che per Giove, Saturno e Nettuno è nettamente più alta di quella di equilibrio, indice di una sorgente di energia interna.

Meccanismi di perdita non termici -1

I processi non termici dominano il flusso all'epoca presente dalla Terra e da Venere, e sono anche responsabili dell'arricchimento di $^{15}\text{N}/^{14}\text{N}$ su Marte (beninteso, sono flussi modesti, pur se maggiori di quelli di Jeans) . I meccanismi principali sono elencati in Tabella.

* = eccesso di energia termica, questa è la specie che sfugge

Processo	Esempi	prodotti	note
1. Scambio di carica	(a) $\text{H} + \text{H}^{+*}$ (b) $\text{O} + \text{H}^{+*}$	$\text{H}^+ + \text{H}^*$ $\text{O}^+ + \text{H}^*$	
2. Ricombinazione ione elettrone con risultato dissociativo	(a) $\text{O}_2^+ + e$ (b) $\text{OH}^+ + e$	$\text{O}^* + \text{O}^*$ $\text{O} + \text{H}^*$	Energia equipartita Quasi tutta l'energia va nell'H
3a. Dissociazione per impatto	$\text{N}_2 + e^*$	$\text{N}^* + \text{N}^*$	L'elettrone veloce può venire da fotoionizzazione o da accelerazione da campo elettrico
3b. Fotodissociazione	$\text{O}_2 + h\nu$	$\text{O}^* + \text{O}^*$	
4. Reazioni ione-neutro	$\text{O}^+ + \text{H}_2$	$\text{OH}^+ + \text{H}^*$	
5. Sputtering e urti di testa ('knock-on')	(a) $\text{Na} + \text{S}^{+*}$ (b) $\text{O}^* + \text{H}$	$\text{Na}^* + \text{S}^{+*}$ $\text{O}^* + \text{H}^*$	Per lo sputtering (processo all'indietro) sono necessarie energie attorno 1 keV, per il knock-on molto meno
6. Raccolta dal vento solare	$\text{O} + h\nu$	$\text{O}^+ + e$	
7. Fuga di ioni	H^{+*}		perdita di protoni attraverso linee di forza aperte del campo magnetico
8. Campi elettrici	$\text{X}^+ + eV$		Perdita di ioni veloci in presenza di campi elettrici macroscopici

Meccanismi di perdita non termici -2

Si nota che in tabella dominano i processi che coinvolgono particelle ionizzate, la principale eccezione essendo il processo di fotodissociazione dell'O₂. Gli ioni hanno difficoltà a sfuggire, perchè le linee di forza del campo magnetico li intrappolano nei pressi del pianeta. Tuttavia, esistono linee di forza aperte, come in prossimità dei poli terrestri.

Nella tabella compaiono i processi di sputtering e 'knock-on': quest'ultimo è un processo singolo, mentre con sputtering si intende un processo complicato, in cui parecchie molecole o atomi possono venire eiettati all'indietro.

La raccolta di ioni da parte del vento solare interessa ioni prodotti a grande distanza dal pianeta. Un simile processo è cospicuo su Io, che si trova immerso nel flusso magnetosferico ruotante prodotto da Giove e che raccoglie ioni prodotti nei pressi di questa luna.

Nella gran parte dei casi, i suddetti processi non termici generano ***alte velocità***, ben al di sopra di quella di fuga (di nuovo, la conservazione del momento favorisce la perdita degli atomi più leggeri). Si noti che un atomo non termico può sfuggire solo se si trova nell'esosfera e la sua velocità è diretta verso l'alto e supera la velocità di fuga a quella quota. Altrimenti, rimane legato al pianeta e va a formare una ***corona non termica***.

Meccanismi di perdita non termici -3

La Tabella 7 indica i processi principali nei pianeti terrestri; i numeri nella colonna Meccanismi si riferiscono alla numerazione di Tabella 6.

Pianeta	Gas	Meccanismi
Mercurio	He, Ar	6 (raccolta dal vento solare)
Venere	H H(corona) O (corona)	2b (ricombinazione dissociativa OH ⁺) 1 (scambio di carica); 4 (reazione ione-neutro) 2a (ricombinazione dissociativa O ₂ ⁺)
Terra	H, D He O (corona)	1 (scambio di carica); Jeans; 7 (fuga ionica) 7 (fuga ionica) 2a (ricombinazione dissociativa O ₂ ⁺)
Luna	H	Jeans, 6 (raccolta dal vento solare)
Marte	H H ₂ N O	Jeans Jeans 3a (dissociazione per impatto); 2 (ricombinazione dissociativa) 2a (ricombinazione dissociativa O ₂ ⁺)
Io	H, C, N SO ₂ , S, O, O ₂ Na, K	Jeans? ? 5 (sputtering)
Europa, Callisto, Ganimede	H, H ₂ O	Jeans 2a (ricombinazione dissociativa O ₂)
Titano	H H ₂ N	Jeans Jeans, 2 (ricombinazione dissociativa) 3a (dissociazione per impatto)
Plutone	CH ₄	Jeans

Erosione dell'atmosfera per impatto -1

L'impatto di un meteorite con un corpo terrestre può rilasciare una grande quantità di energia, in grado di erodere una parte dell'atmosfera.

Va precisato che da un punto sulla superficie del pianeta è visibile solo una frazione dell'atmosfera totale. Consideriamo infatti il piano orizzontale passante per l'osservatore **O**, che supponiamo situato su un corpo sferico di raggio **R**. Se ci muoviamo sul piano orizzontale sino a un punto **P** avente distanza **x** dall'origine, troviamo facilmente che l'altezza del piano sulla verticale del punto P è circa:

$$q \approx x^2 / 2R$$

per cui la densità dell'aria in P sarà corrispondentemente minore che in O. La **frazione** di atmosfera contenuta nella calotta passante per O e alta **H** vale dunque circa **$H/2R$** , come si può vedere con calcoli abbastanza elementari. Possiamo chiamare questa frazione 'atmosfera visibile'. Per la Terra, **$H/2R \sim 5 \times 10^{-4}$** , quindi servirebbero grosso modo 2000 impatti di corpi sugli 8 km per ridurre la frazione dell'atmosfera terrestre a 1/e.

Evidentemente, l'atmosfera di corpi più piccoli e con atmosfera meno densa di quella terrestre verrebbe erosa molto più velocemente.

Erosione dell'atmosfera per impatto -2

Il meccanismo della interazione dell'impattore con i gas atmosferici è tutt'altro che chiaro; certamente l'impatto risulta in una **fortissima compressione del gas**, che si scalda e raggiunge densità elevate, su una regione molto estesa e durante una decina di secondi o più. Pertanto l'analogia che spesso si fa con una esplosione nucleare è **fuorviante**, perchè quest'ultima avviene in una zona pressochè puntiforme, ed è istantanea.

Possiamo concludere che **l'impattore deve avere dimensioni r_{imp} confrontabili con H** , o superiori, per avere un significativo effetto sulla atmosfera.

Un'altra conclusione intuitiva è che la velocità dell'impattore V_{imp} eccede quella di fuga dal pianeta V_f , ma ciò non significa che i gas atmosferici la eccedano. Infatti una grossa frazione dell'energia va nel riscaldamento, che può raggiungere 2×10^4 K (sufficienti per far evaporare i liquidi e dissociare le molecole, ma **non** per causare una forte ionizzazione).

Erosione dell'atmosfera per impatto -3

Una discussione un po' più quantitativa della presente porta a concludere che la massa di gas che può sfuggire alla attrazione gravitazionale del pianeta vale:

$$M_{\text{esc}} = \pi r_{\text{imp}}^2 \sigma \left(\frac{V_{\text{imp}}}{V_{\text{f}}} \right)^2$$

dove σ è la massa dell'atmosfera per unità di area.

In pratica, la massa che può sfuggire è uguale alla massa di atmosfera intercettata dall'impattore.

Ma il bilancio complessivo deve tener conto che l'impattore stesso può arricchire gli originali gas atmosferici con i propri materiali volatili.

Origine della Luna

Lo scenario qui grossolanamente delineato può essere portato agli estremi limiti immaginando che la Luna origini da un impatto di un terzo corpo, avente le dimensioni circa di Marte, con la Terra. La teoria spiega tra le altre cose perchè la Luna sia così meno densa della Terra e tanto più povera di elementi volatili, in particolare di acqua.



Tre momenti dell'impatto Terra-pseudo Marte. In un tempo molto breve ($\sim 10^5$ anni) i detriti causati dall'impatto si aggregano nella proto-Luna.

Esercizi - 1

1 - Calcolare il cammino libero medio λ e la scala di altezza H nelle condizioni terrestri, ogni 10 km fino a 500 km, nell'ipotesi semplificativa che il peso molecolare medio non cambi molto con la quota.

2 – Usando l'andamento della temperatura nell'atmosfera terrestre, calcolare la velocità termica all'esobase terrestre di varie specie molecolari m (H, H₂, He, N₂, O₂, H₂O, CO₂,...), e verificare che per H, H₂ e He tale velocità termica è superiore a $V_f/6$.

3 – Per la Luna e Mercurio, si assuma che l'esobase coincida con la superficie solida del pianeta, a temperature rispettivamente di 295K e 700K (nella parte illuminata dal Sole). Calcolare la massa della specie più pesante che può essere trattenuta dalla gravità corrispondente.

3 - Calcolare il cammino libero medio e il ritmo di impatti nella fotosfera solare

Esercizi – 2a

4 - Esercizio del Prof. Mendillo (*risolto da Manuela Riondato*)

Find the atmospheric density and pressure at the exobase for a Terrestrial Planet and a Jovian Planet.

The exercise has been solved using Venus and Uranus, respectively.

VENUS:

Calculation of the atmospheric density:

$$\text{gravity: } g = 8.87 \text{ m/s}^2$$

main atmospheric constituent CO_2 :

$$m_{\text{CO}_2} = 44m_p = 7.309 \times 10^{-23} \text{ g} = 7.309 \times 10^{-26} \text{ kg}$$

molecule diameter and cross section:

$$R = 1.12 \times 10^{-10} \text{ m} \quad \sigma = \pi(1.12 \times 10^{-10})^2 = 1.2544\pi \times 10^{-20} \text{ m}^2$$

Esercizi – 2b

$$N = \frac{mg}{\sigma kT} = \frac{7.309 \times 10^{-26} \times 8.87}{1.2544\pi \times 10^{-20} \times 1.38 \times 10^{-23} \times 200} = 5.96 \times 10^{15} \text{ m}^{-3} = 5.96 \times 10^9 \text{ cm}^{-3}$$

(notice the fairly low value assumed for T !).

Calculation of the atmospheric pressure:

$$P = NkT = \frac{mg}{\sigma kT} kT = \frac{mg}{\sigma} = \frac{7.309 \times 10^{-26} \times 8.87}{1.2544\pi \times 10^{-27}} = 1.65 \times 10^{-5} \text{ kg/m}^2$$
$$= 1.65 \times 10^{-5} \text{ Pa} = 1.65 \times 10^{-10} \text{ atm}$$

Esercizi – 2c

URANUS:

Calculation of atmospheric density:

gravity:

$$g = 8.69 \text{ m/s}^2$$

main atmospheric constituent H₂

$$m_{H_2} = 2m_p = 3.32 \times 10^{-24} \text{ g} = 3.32 \times 10^{-27} \text{ kg}$$

molecule diameter

$$R = 0.74 \times 10^{-10} \text{ m} \quad \sigma = \pi(0.5476 \times 10^{-10})^2 = 0.74\pi \times 10^{-20} \text{ m}^2$$

$$N = \frac{mg}{\sigma kT} = \frac{3.32 \times 10^{-27} \times 8.69}{0.5476\pi \times 10^{-20} \times 1.38 \times 10^{-23} \times 870} = 1.39 \times 10^{14} \text{ m}^{-3} = 1.39 \times 10^8 \text{ cm}^{-3}$$

(notice the fairly high value assumed for T !)

Esercizi – 2d

Calculation of atmospheric pressure:

$$P = NkT = \frac{mg}{\sigma kT} \times kT = \frac{mg}{\sigma} = \frac{3.32 \times 10^{-27} \times 8,69}{0.5476\pi \times 10^{-20}} = 1.68 \times 10^{-6} \text{ kg/m}^2$$
$$= 1.68 \times 10^{-6} \text{ Pa} = 1.68 \times 10^{-11} \text{ atm}$$

Esercizi - 3

5 - Si lascia come ulteriore esercizio sulla discontinuità di temperatura al suolo di mettere in grafico la dipendenza di B da τ , con l'avvertenza però che nella letteratura relativa si trova graficata la funzione $\tau(B)$, con $\tau = 0$ in cima al grafico e $\tau = \tau_g$ come zero dell'asse delle ordinate.

6 - Calcolare la temperatura di equilibrio della Luna, mediata su tutta la superficie, se fosse un rotatore rapido con emissività = 1. Discutere poi la relazione valida per l'unità di area dA sul suolo lunare situata a coordinate (α, δ) nella parte illuminata dal Sole:

$$F_{in} = dA \cdot F_{\odot} \cos(\alpha_{\odot}(t) - \alpha) \cos(\delta_{\odot}(t) - \delta) \int_0^{\infty} (1 - A_v) dv$$

e calcolare la dipendenza dalla latitudine lunare (si assuma per semplicità obliquità nulla) nel caso sia di rotatore rapido che di rotatore lento.

7) si calcoli l'energia irraggiata da un corpo nero a 255 K (la T_{eff} della Terra) e la si confronti con il flusso di protoni e elettroni nelle zone polari.