

Corso di Laurea in Astronomia

Laurea Triennale

**DISPENSE DI
ESPERIMENTAZIONI DI
FISICA 2**

A.A. 2012-2013

Indice

1	Introduzione	5
1.1	Indice di rifrazione	5
1.2	Riflessione e rifrazione	6
1.3	Cammino ottico	7
2	Diottro sferico	13
2.1	Definizione dei fuochi	15
2.2	Formazione dell'immagine	17
3	Lenti	21
3.1	Lenti sottili	21
3.2	Lenti spesse	29
3.3	Esempi	35
3.3.1	Lente biconvessa simmetrica	35
3.3.2	Lente biconvessa asimmetrica	35
3.3.3	Lente divergente simmetrica	36
3.3.4	Lente piano-convessa	37
3.3.5	Lente menisco-convergente	38
3.3.6	Lente convesso-concava	38
3.3.7	Lente concentrica	39
3.3.8	Considerazioni	40
3.4	Lenti sottili separate	41
3.5	I doppietti	42
3.6	Diaframmi e pupille	44
4	Specchio sferico	49
5	Le aberrazioni	55
5.1	Aberrazione sferica	55
5.1.1	Esempio	61
5.1.2	Aberrazione sferica nella lente sottile	62
5.2	Aberrazione cromatica	65

5.2.1	Esempio	70
5.2.2	Doppietto acromatico	71
5.2.3	Oculare acromatico	72
6	Teoria di Seidel delle aberrazioni	75
6.1	L'equazione iconale	75
6.2	Il teorema di Malus	78
6.2.1	Esempio	82
6.3	La funzione di aberrazione	84
6.4	Le 5 aberrazioni primarie di Seidel	94
6.4.1	Aberrazione sferica	94
6.4.2	Aberrazione di distorsione	96
6.4.3	Aberrazione di coma	98
6.4.4	Aberrazioni di astigmatismo e curvatura di campo	99
6.4.5	Riassunto	100
7	Telescopi	103
7.1	Il telescopio riflettore	105
7.2	Telescopio Newton	109
7.3	Telescopio Cassegrain	110
7.4	Telescopio Ritchey-Chrétien	113
7.5	Telescopio Schmidt	115
8	Esperienze	125
8.1	Banco ottico	125
8.1.1	Cavalieri portalenti	126
8.1.2	Cavaliere portaschermo	127
8.1.3	Lenti e diaframmi	128
8.2	Misura della focale di una lente convergente sottile	131
8.2.1	Metodo della collimazione	131
8.2.2	Metodo dei punti coniugati	132
8.2.3	Metodo di Bessel	134
8.2.4	Variante di Silbermann	135
8.3	Misura della focale di una lente divergente sottile	136
8.3.1	Metodo della divergenza di un fascio collimato	136
8.3.2	Metodo dei minimi quadrati	139
8.4	Misura dell'aberrazione sferica di una lente convergente sottile	139
8.5	Misura dell'aberrazione cromatica	143

Capitolo 1

Introduzione

1.1 Indice di rifrazione

Sappiamo che la luce si propaga sottoforma di onda elettromagnetica:

$$\psi(t, \vec{r}) = A \cos(\varphi + \vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t) \quad (1.1)$$

dove A è l'ampiezza dell'onda, φ la costante di fase, ω la frequenza e infine $k = 2\pi/\lambda$ il numero d'onda, e che la sua velocità dipende dal mezzo in cui essa si propaga. In particolare, definiamo indice di rifrazione del mezzo n la quantità:

$$n = \frac{c}{v_p} \quad (1.2)$$

dove $v_p = \omega/k$ è la velocità di fase.

L'indice di rifrazione dipende dalla lunghezza d'onda, cioè $n = n(\lambda)$. Nel 1836 Cauchy determinò una relazione empirica fra la lunghezza d'onda e l'indice di rifrazione:

$$n(\lambda) = B + \frac{C}{\lambda^2}$$

poi ripresa e sviluppata da Sellmeier nel 1871:

$$n^2(\lambda) = 1 + \frac{B_1 \lambda^2}{\lambda^2 - C_1} + \frac{B_2 \lambda^2}{\lambda^2 - C_2}$$

dove i termini B e C , B_1 , B_2 , C_1 e C_2 dipendono dal tipo di materiale. Inoltre, B , B_1 e B_2 sono adimensionali, mentre C , C_1 e C_2 sono in unità di μm^2 (Fig. 1.1).

L'indice di rifrazione vale 1 nel vuoto, praticamente 1 nell'aria ($n_{\text{aria}} = 1.000293$) e nella gran parte dei gas, mentre è in generale maggiore di 1 nei liquidi ($n_{\text{acqua}} = 1.333$) e nei solidi trasparenti ($n_{\text{diamante}} = 2.419$).

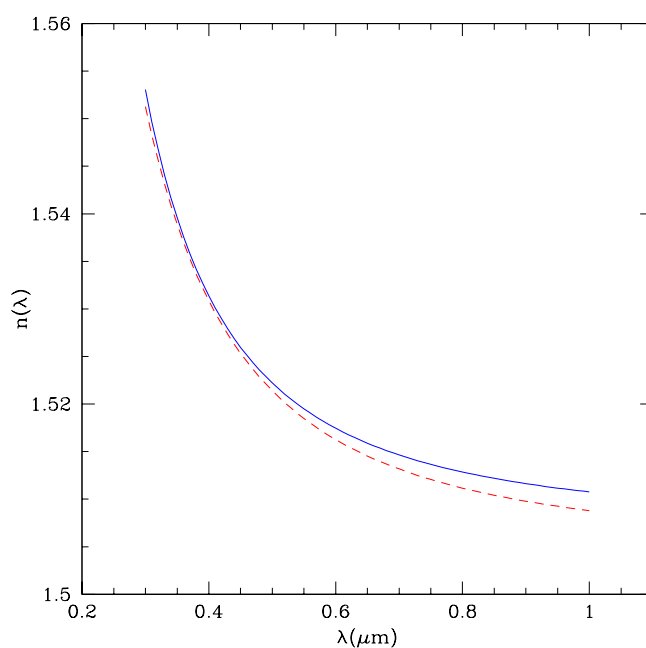


Figura 1.1: Indice di rifrazione per un vetro BK7. La curva rossa tratteggiata è ottenuta con la relazione di Cauchy, mentre quella continua blu è ottenuta con la relazione di Sellmeier.

1.2 Riflessione e rifrazione

Nelle più semplici applicazioni dell'ottica le grandezze in gioco sono molto maggiori della lunghezza d'onda della radiazione considerata, e quindi possiamo assumere che la luce si propaghi in linea retta, nonostante il suo comportamento ondulatorio. Parliamo perciò di **ottica geometrica**.

Quando inviamo un raggio di luce verso una superficie opaca e riflettente, il raggio verrà riflesso con un angolo i' rispetto alla normale alla superficie pari all'angolo di incidenza i :

$$i = i' \quad (1.3)$$

Inoltre, raggio incidente, raggio riflesso e normale alla superficie, giacciono tutti nello stesso piano (Fig. 1.2).

Quando un raggio luminoso attraversa due mezzi omogenei e trasparenti con indice di

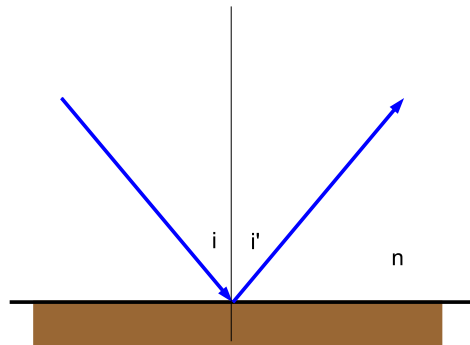


Figura 1.2: Rappresentazione schematica della riflessione.

rifrazione diverso, subisce una deviazione nella direzione di propagazione. Anche in questo caso, raggio incidente, raggio rifratto e normale alla superficie di separazione sono contenuti nello stesso piano (Fig. 1.3).

La **legge di Snell** fornisce la relazione fra gli angoli di incidenza i e di rifrazione r :

$$n \sin i = n' \sin r \quad (1.4)$$

dove n e n' sono gli indici di rifrazione.

In realtà la rifrazione avviene solo se il raggio è inclinato rispetto alla normale della superficie di separazione fra i due mezzi. Nel caso in cui sia parallelo alla normale, cioè quando $i = 0$ non c'è deviazione.

Dalla formula di Snell è possibile ricavare l'angolo critico i_c oltre il quale si avrà riflessione totale. Questo angolo è tale per cui $r = 90^\circ$, per cui:

$$i_c = \arcsin\left(\frac{n'}{n}\right)$$

Per $i > i_c$ si ha riflessione totale, ma questo può avvenire solo se $n' < n$, cioè nel passaggio da un mezzo più denso a uno meno denso.

1.3 Cammino ottico

Il cammino d di un raggio di luce che si propaga in un mezzo con indice di rifrazione n , vale:

$$d = v \cdot t = \frac{c}{n} \cdot t$$

da cui

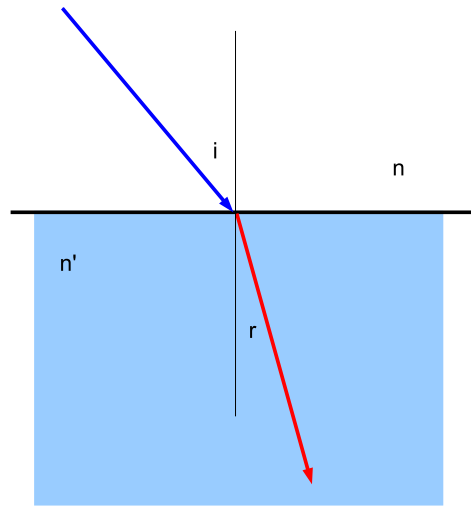


Figura 1.3: Rappresentazione schematica della rifrazione.

$$nd = ct$$

Il prodotto $l = nd$ è detto **cammino ottico** e come si vede dalla relazione precedente rappresenta la distanza che la luce percorre nel vuoto nello stesso tempo impiegato per percorrere la distanza d nel mezzo. Più in generale quando la luce attraversa vari mezzi con indici di rifrazione diversi:

$$l = \sum_i n_i \cdot d_i$$

Nel 1650 circa Pierre de Fermat enunciò un fondamentale principio che porta il suo nome, **principio di Fermat**, secondo cui

Il percorso fra due punti preso da un raggio di luce è quello che è attraversato nel minor tempo.

Attraverso il principio di Fermat possiamo descrivere le proprietà di riflessione e rifrazione, e possiamo anche derivare la legge di Snell, come vediamo di seguito.

Consideriamo un raggio di luce che emesso da un punto P raggiunge il punto Q dopo aver toccato in un punto C la superficie riflettente posta al di sotto di P e Q. Assumiamo poi che entrambi i punti si trovino in un mezzo con indice di rifrazione n (Fig. 1.4). Il cammino ottico del raggio di luce da P a Q è:

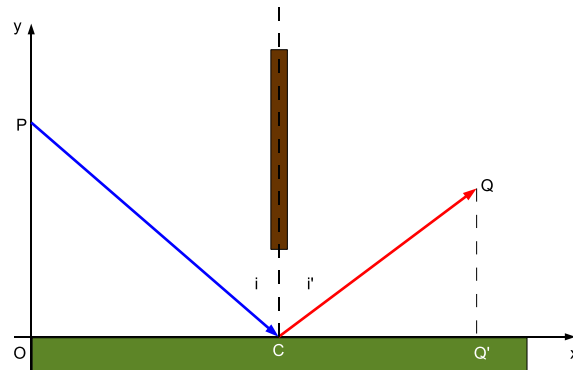


Figura 1.4: P è una sorgente di luce che emette raggi in tutte le direzioni. Uno schermo permette di considerare solo i raggi che colpiscono la superficie riflettente e raggiungono il punto Q.

$$l = n \cdot \overline{PC} + n \cdot \overline{CQ}$$

Passiamo alle coordinate cartesiane e assumiamo come variabile x la distanza del punto C dall'origine. Le coordinate dei punti P e Q saranno rispettivamente $(0, y_P)$ e (x_Q, y_Q) . Avremo quindi:

$$l = n \cdot \sqrt{x^2 + y_P^2} + n \cdot \sqrt{(x_Q - x)^2 + y_Q^2}$$

Se il mezzo in cui la luce si propaga è omogeneo e isotropo la traiettoria che richiede il minor tempo coincide con quello della minima distanza. Perciò applicare il principio di Fermat significa calcolare il minimo valore di l :

$$\frac{dl}{dx} = 0$$

da cui:

$$n \cdot \frac{x}{\sqrt{x^2 + y_P^2}} - n \cdot \frac{(x_Q - x)}{\sqrt{(x_Q - x)^2 + y_Q^2}} = 0$$

$$\frac{x}{\sqrt{x^2 + y_P^2}} - \frac{(x_Q - x)}{\sqrt{(x_Q - x)^2 + y_Q^2}} = 0$$

$$\sin \widehat{OPC} - \sin \widehat{Q'QC} = 0$$

$$\sin i = \sin i'$$

e infine:

$$i = i'$$

Calcolando la derivata seconda di l possiamo verificare che si tratta proprio di un minimo:

$$\begin{aligned} \frac{d^2l}{dx^2} &= n \cdot \frac{\sqrt{x^2 + y_P^2} - \frac{x^2}{\sqrt{x^2 + y_P^2}}}{x^2 + y_P^2} - n \cdot \frac{-\sqrt{(x_Q - x)^2 + y_Q^2} + \frac{(x_Q - x)^2}{\sqrt{(x_Q - x)^2 + y_Q^2}}}{(x_Q - x)^2 + y_Q^2} \\ \frac{d^2l}{dx^2} &= n \cdot \frac{(x^2 + y_P^2) - x^2}{(x^2 + y_P^2)\sqrt{x^2 + y_P^2}} - n \cdot \frac{-[(x_Q - x)^2 + y_Q^2] + (x_Q - x)^2}{[(x_Q - x)^2 + y_Q^2]\sqrt{(x_Q - x)^2 + y_Q^2}} \\ \frac{d^2l}{dx^2} &= n \cdot \frac{y_P^2}{(x^2 + y_P^2)\sqrt{x^2 + y_P^2}} + n \cdot \frac{y_Q^2}{[(x_Q - x)^2 + y_Q^2]\sqrt{(x_Q - x)^2 + y_Q^2}} > 0 \end{aligned}$$

Possiamo quindi affermare che la condizione imposta dalla legge della riflessione è quella che minimizza il cammino ottico da P a Q.

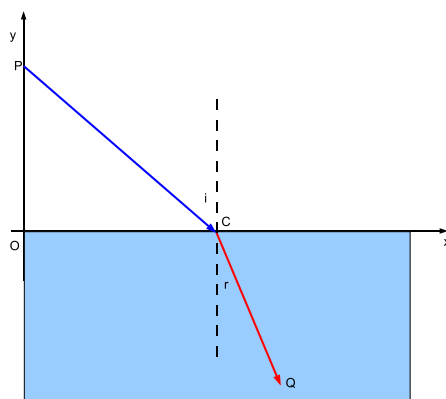


Figura 1.5: Un raggio di luce dal punto P attraversa la superficie di separazione fra due mezzi con indice di rifrazione diverso e arriva nel punto Q.

Consideriamo ora il caso in cui un raggio di luce emesso dal punto P che si trova in un mezzo con indice di rifrazione n raggiunge il punto Q che invece si trova in un mezzo diverso con indice di rifrazione n' , passando attraverso la superficie di separazione dei due mezzi (Fig. 1.5).

Il cammino ottico questa volta sarà:

$$l = n \cdot \sqrt{x^2 + y_P^2} + n' \cdot \sqrt{(x_Q - x)^2 + y_Q^2}$$

Ponendo di nuovo uguale a zero la derivata di l , avremo:

$$n \cdot \frac{x}{\sqrt{x^2 + y_P^2}} - n' \cdot \frac{(x_Q - x)}{\sqrt{(x_Q - x)^2 + y_Q^2}} = 0$$

$$n \sin i - n' \sin r = 0$$

e infine:

$$n \sin i = n' \sin r$$

